BTS BIOCHIMISTE 1996

Devoir n°3 ; BTS 1 BIO&AB ;
Année scolaire 2003/2004
Le 9 Novembre 2003

EXERCICE N°1 :

ETUDE DE LA DÉSINTÉGRATION D'UN CORPS RADIOACTIF :
LE THORIUM^{227} DONNE DU RADIUM^{223}, LEQUEL SE DÉSINTÈGRE À SON TOUR EN DONNANT DU RADON^{219}. .

Les parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1 :

① – Soit N_0 le nombre d'atomes de Thorium à l'instant t=0 ;
Soit N_1 le nombre d'atomes de Thorium un jour après ;
Soit N_k le nombre d'atomes de Thorium k jours après (k entier naturel) ;
On sait que le nombre d'atomes de Thorium diminue de 3,7% par jour.

a) Donner l'expression de N_1 en fonction de N_0 ($N_1 = c\,N_0$) , puis N_{k+1} en fonction de N_k ($N_{k+1} = c\,N_k$) ;

b) On admettra que la nature de la suite (N_k) est une suite géométrique définie par : $N_k = c^k N_0$; déterminer alors à 10^{-4} près le coefficient a tel que :

$$N_k = N_0 e^{ak} ;$$

② – On considère la fonction N défine sur [0 ; + ∞ [;
On admet que N(t) représente le nombre d'atomes de Thorium à l'instant t (l'unité de temps étant le jour) ;

$$N(t) = N_0 e^{-0,038t} ;$$

a) Etudier la limite de N quant t tend vers +∞ ;
b) Etudier les variations de N et donner son tableau de variations ;
c) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un plan muni d'un repère orthogonal où les unités de longueurs sont :
1 cm pour 5 jours en abscisses ;
10 cm pour 1 unité en ordonnées.

Partie 2 :

A l'instant t=0 on isole N_0 le nombre d'atomes de Thorium.
On note R(t) le nombre d'atomes de Radium à l'instant t pour t appartenant à l'intervalle [0 ; + ∞ [.
A l'instant t=0 il n'y a aucun atome de Radium.
On admet que R est la solution sur [0 ; + ∞ [de l'équation différentielle (E) :

$$(E) : y' + 0,062\,y = 0,038\,N_0\, e^{-0,038\,t} ;$$

qui vérifie la condition initiale R(0) = 0.

① –

a) Montrer que la fonction y_1 définie sur [0 ; + ∞ [par ;

est une solution de (E). $y_1(t) = \frac{19}{12} N_0\, e^{-0,038\,t}$;

b) Déterminer dans [0 ; + ∞ [la solution générale y_0 de l'équation différentielle (E_0) sans second membre associée à (E) ;
c) En déduire la solution générale y de l'équation différentielle (E) ;
d) Déterminer alors la fonction R(t) ;
;

② –On considère l'expression de la fonction f définie sur [0 ; +∞ [:

$$f(t) = e^{-0,038\,t} - e^{-0,062\,t}$$

a) Déterminer la limite de f quand t tend vers + ∞ ;

b) Calculer l'expression de la dérivée de f ;

c) Donner une valeur exacte de t_0 puis une valeur décimale approchée à 10^{-4} près de la solution de l'équation $f'(t_0) = 0$. Justifier le signe de f'(t) suivant les valeurs de t.

Il est plus rapide de résoudre l'inéquation $f'(t_0) \leq 0$

d) Donner le tableau de variations de f.

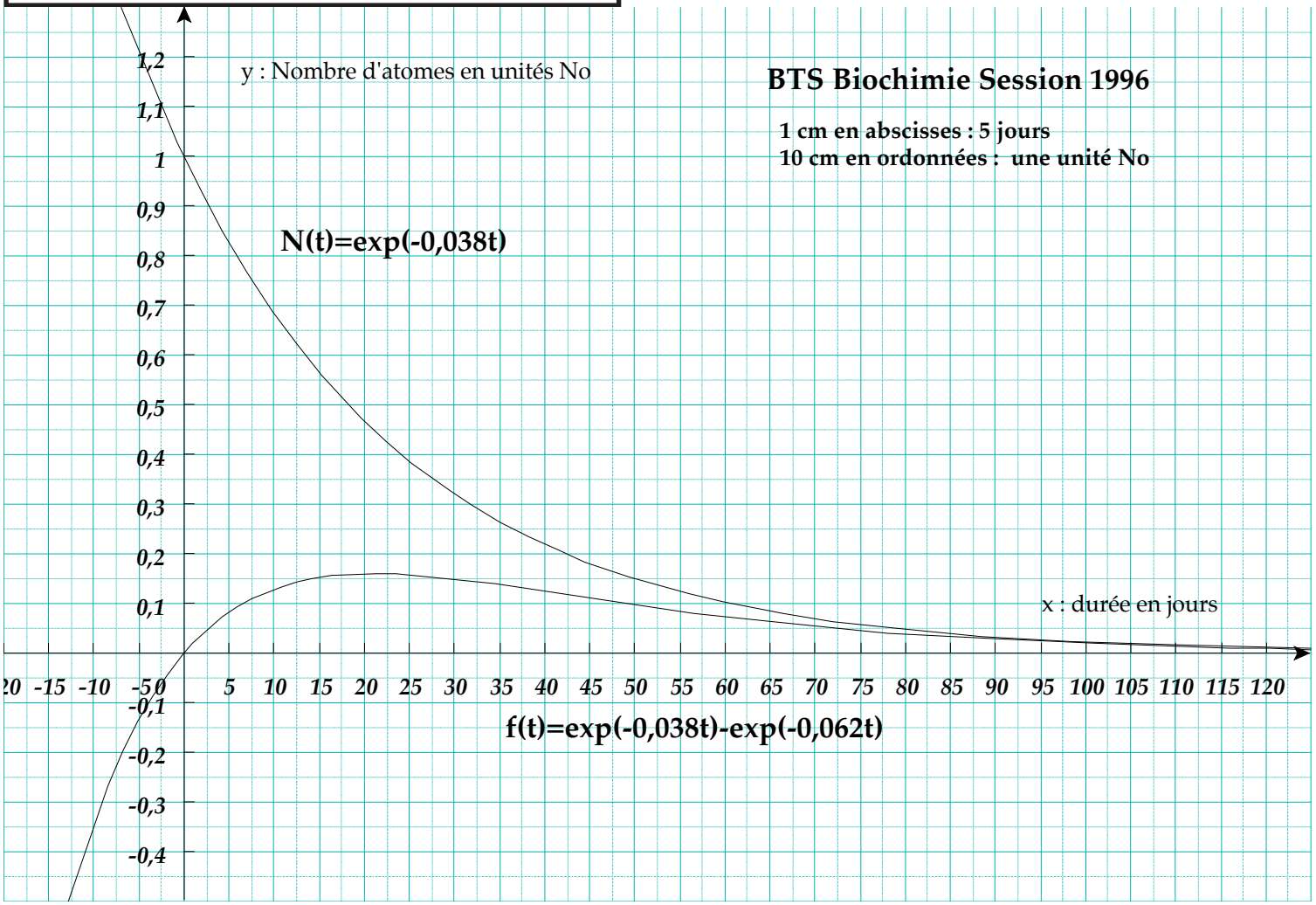
e) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un plan muni d'un repère orthogonal où les unités de longueurs sont :

1 cm pour 5 jours en abscisses ;

10 cm pour 1v unité en ordonnées.

BTS BIOCHIMISTE 1996

Devoir n°3 ; BTS 1 BIO&AB ;
Année scolaire 2003/2004
Le 9 Novembre 2003



BTS BIOCHIMISTE 1996

Devoir n°3 ; BTS 1 BIO&AB ;
Année scolaire 2003/2004
Le 9 Novembre 2003