

Devoir en classe n°6

EXERCICE N°1 : PROBABILITÉS

Un objet produit en série a un coût de production de 950 €. Il peut présenter, à l'issue de sa fabrication, un défaut A, un défaut B, ou en même temps le défaut A et le défaut B. La garantie permet de faire les réparations aux frais du fabricant avec les coûts suivants :

- * 100 € pour le seul défaut A ;
- * 150 € pour le seul défaut B ;
- * 250 € pour les deux défauts A et B ;

Pour la suite du problème, on prélève un objet au hasard dans la production journalière. On suppose que les prélèvements sont équiprobables.

On notera A l'évènement : « l'objet présente le défaut A » ;

Soit $A = \{ \text{objets possédant un défaut A} \}$;

Soit $B = \{ \text{objets possédant un défaut B} \}$;

Soit $A' = \{ \text{objets ne possédant pas le défaut A} \}$;

Soit $B' = \{ \text{objets possédant pas le défaut B} \}$;

❶ – On prélève un lot de 200 objets. Le défaut A est observé sur 16 objets, le défaut B sur 12 objets et 180 objets n'ont aucun défaut, justifier votre calcul et calculer :

* a) la probabilité d'obtenir un objet ne possédant pas le défaut A ; justifier votre calcul ;

* b) la probabilité d'obtenir un objet ne possédant pas le défaut B ; justifier votre calcul ;

En utilisant les symboles intersection : $\cap$, réunion : $\cup$:

* c) Exprimer en fonction de A et de B la propriété : « l'objet ne possède aucun défaut » ; quelle est la probabilité d'obtenir un tel objet.

* b) Exprimer en fonction de A et de B la propriété : « l'objet possède les deux défauts » ; quelle est la probabilité d'obtenir un tel objet , justifier votre calcul ;

Compléter le tableau ci-dessous : (en justifiant vos calculs : attribuer un numéro à chaque case où écrire dans chaque case l'évènement

Ch n°10 ; T STI GM & MS
Année scolaire 2005/2006

PROBABILITÉS
Le Mercredi 11 Janvier 2006

correspondant)

Nombre d'objets	Avec le défaut A	Sans le défaut A	Total
Avec le défaut B			
Sans le défaut B			
Total			200

❷ – On appelle X la variable aléatoire, qui à chaque objet choisi au hasard, associe son prix de revient, c'est-à-dire le coût de production augmenté éventuellement du coût de réparation. Présenter cette variable aléatoire et sa loi de probabilité sous forme d'un tableau.

Valeurs de X : x_i				
$p(X = x_i)$				

❸ –

* a) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$. Que représente $E(X)$ pour l'usine ?

On admet pour la suite que tous les objets sont vendus.

On appelle Y la variable aléatoire, qui à chaque objet choisi au hasard, associe le bénéfice (une perte est comptée négativement) .

* b) L'usine peut-elle espérer faire des bénéfices en vendant 960 € chaque objet produit ? Calculer $E(Y)$, interpréter ce résultat.

* c) L'usine veut faire un bénéfice moyen de 100 € par objet.

On appelle Z la variable aléatoire, qui à chaque objet choisi au hasard, associe le bénéfice moyen de 100 €.

Expliquer comment on doit alors choisir le prix de vente de chacun d'eux.



Devoir en classe n°6

Ch n°10 ; T STI GM & MS
Année scolaire 2005/2006

PROBABILITÉS
Le Mercredi 11 Janvier 2006

EXERCICE N°1 : PROBABILITÉS

Un objet produit en série a un coût de production de 950 €. Il peut présenter, à l'issue de sa fabrication, un défaut A, un défaut B, ou en même temps le défaut A et le défaut B. La garantie permet de faire les réparations aux frais du fabricant avec les coûts suivants :

- * 100 € pour le seul défaut A ;
- * 150 € pour le seul défaut B ;
- * 250 € pour les deux défauts A et B ;

Pour la suite du problème, on prélève un objet au hasard dans la production journalière. On suppose que les prélèvements sont équiprobables.

On notera A l'événement : « l'objet présente le défaut A » ;

Soit A = { objets possédant un défaut A } ;

Soit B = { objets possédant un défaut B } ;

Soit A' = { objets ne possédant pas le défaut A } ;

Soit B' = { objets possédant pas le défaut B } ;

① – On prélève un lot de 200 objets. Le défaut A est observé sur 16 objets, le défaut B sur 12 objets et 180 objets n'ont aucun défaut, justifier votre calcul et calculer :

* a) la probabilité d'obtenir un objet ne possédant pas le défaut A ; justifier votre calcul ;

* b) la probabilité d'obtenir un objet ne possédant pas le défaut B ; justifier votre calcul ;

En utilisant les symboles intersection : $\cap$, réunion : $\cup$:

* c) Exprimer en fonction de A et de B la propriété : « l'objet ne possède aucun défaut » ; quelle est la probabilité d'obtenir un tel objet.

* b) Exprimer en fonction de A et de B la propriété : « l'objet possède les deux défauts » ; quelle est la probabilité d'obtenir un tel objet, justifier votre calcul ;

Nombre d'objets	Avec le défaut A	Sans le défaut A	Total
Avec le défaut B	8	4	12
Sans le défaut B	8	180	188
Total	16	184	200

② – On appelle X la variable aléatoire, qui à chaque objet choisi au hasard, associe son prix de revient, c'est-à-dire le coût de production augmenté éventuellement du coût de réparation. Présenter cette variable aléatoire et sa loi de probabilité sous forme d'un tableau.

Valeurs de X : x_i	950	1050	1100	1200
$p(X = x_i)$	0,90	0,04	0,02	0,04

③ – * a) Calculer

l'espérance mathématique E(X). Que représente E(X) pour l'usine ?

On admet pour la suite que tous les objets sont vendus.

On appelle Y la variable aléatoire, qui à chaque objet choisi au hasard, associe le bénéfice (une perte est comptée négativement).

* b) L'usine peut-elle espérer faire des bénéfices en vendant 960 € chaque objet produit ? Calculer E(Y), interpréter ce résultat.

* c) L'usine veut faire un bénéfice moyen de 100 € par objet.

On appelle Z la variable aléatoire, qui à chaque objet choisi au hasard, associe le bénéfice moyen de 100 €.

Expliquer comment on doit alors choisir le prix de vente de chacun d'eux.

* c) L'usine veut faire un bénéfice moyen de 100 € par objet. Expliquer comment on doit alors choisir le prix de vente de chacun d'eux.

Solution :

① pas un défaut A } ces deux événements sont contraires donc : $p(A') = 1 - p(A)$; sachant que $n(A) = 16$ donc $p(A') = 1 - 16/200 = 184/200$;

① – * b) On note : $B = \{ \text{objets possédant un défaut B} \}$ et $B' = \{ \text{objets ne possédant pas un défaut B} \}$ ces deux événements sont contraires donc : $p(B') = 1 - p(B)$; sachant que $n(B) = 12$ donc $p(B') = 1 - 12/200 = 188/200$;

① – * c) { objets ne possédant pas le défaut A et ne possédant pas le défaut B } = $A' \cap B'$; D'après l'hypothèse : $p(A' \cap B') = 180/200$;

① – * d) { objets possédant le défaut A et le défaut B } = $A \cap B$;

Par définition les événements $A' \cup B'$ et $A \cap B$ sont contraires ;

donc : $p(A \cap B) + p(A' \cup B') = 1$;

Calcul de $p(A' \cup B') = p(A') + p(B') - p(A' \cap B') = 184/200 + 188/200 - 180/200 =$

$p(A' \cup B') = 184/200 + 188/200 - 180/200 = 192/200$

donc : $p(A \cap B) = 1 - p(A' \cup B') = 1 - 192/200 = 8/200$;

③ – * a) Calculer l'espérance mathématique E(X). Que représente E(X) pour l'usine ?

$A \cap B$: $950 + 100 + 150 = 1200$; $A \cap B'$: $950 + 100 = 1050$; $A' \cap B$: $950 + 150 = 1100$;

$A' \cap B'$: 950 ;

$E(X) = 1200 \cdot 0,04 + 1100 \cdot 0,02 + 1050 \cdot 0,04 + 950 \cdot 0,9 = 967$

③ – * b)

La variable aléatoire X mesure le coût de production de l'objet 967 euros, si l'objet est vendu 960 euros ; il semble logique que la perte soit de 7 euros ;

Considérons Y la variable aléatoire qui mesure la bénéfice résultant de la vente de l'objet 960 €, donc $E(Y) = 10 \cdot 0,9 + (-90) \cdot 0,04 + (-140) \cdot 0,02 + (-240) \cdot 0,04 = -7$;

③ – * c) Pour perdre 7 euros il faut vendre 10 euros de plus, pour ne rien perdre il faut ajouter 7 euros et pour gagner 100 euros, encore 100 euros de plus ; donc au total 117 euros ;

Considérons Z la variable aléatoire qui mesure la bénéfice résultant de la vente de l'objet 1067 euros, donc $E(Z) = 117 \cdot 0,9 + 17 \cdot 0,04 + (-33) \cdot 0,02 + (-133) \cdot 0,04 = 100$;

Valeurs de Y : y_i	+10	-90	-140	-240
$p(Y = y_i)$	0,90	0,04	0,02	0,04

Valeurs de Z : z_i	+117	+17	-33	-133
$p(Z = z_i)$	0,90	0,04	0,02	0,04

