Nombres complexes

Chapitre n°1 page 11-62 ; T STI GM & MS Année scolaire

nbres complexes

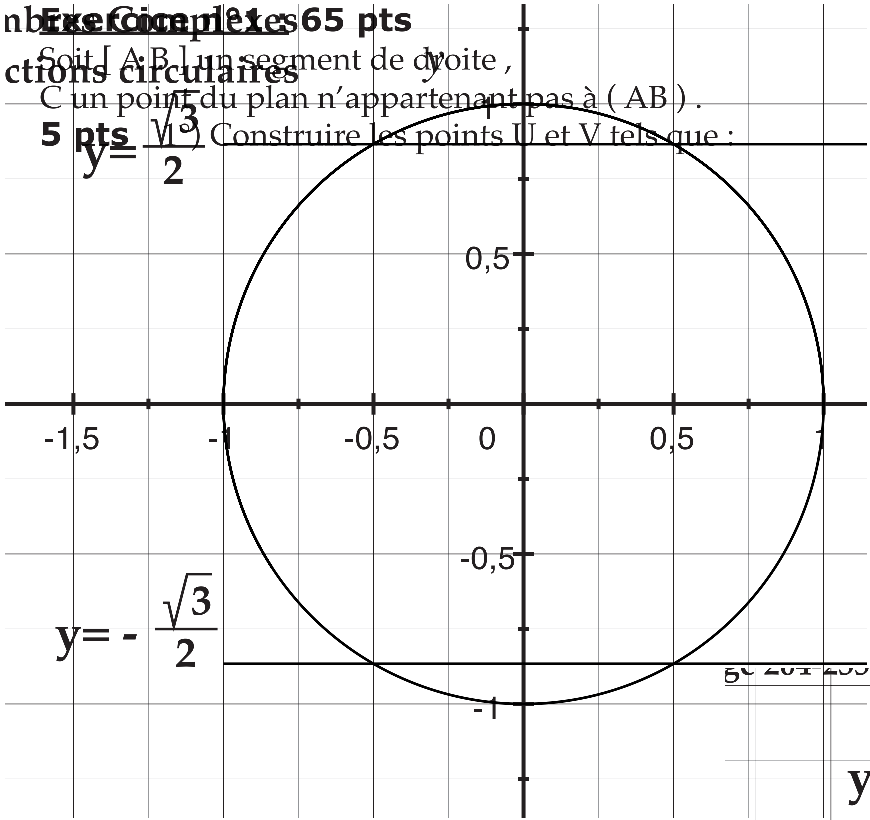
ctions circulaires

Exercice n°1 : 65 pts

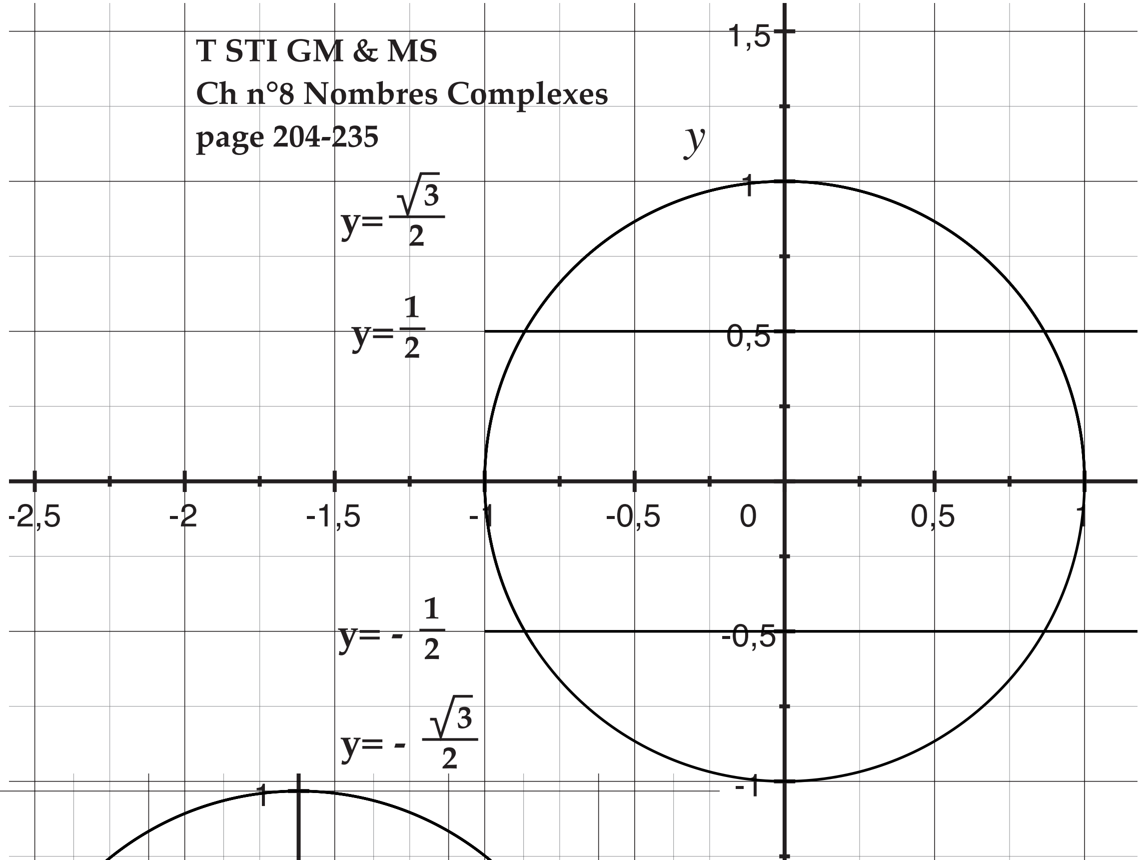
Soit [AB] un segment de droite ,

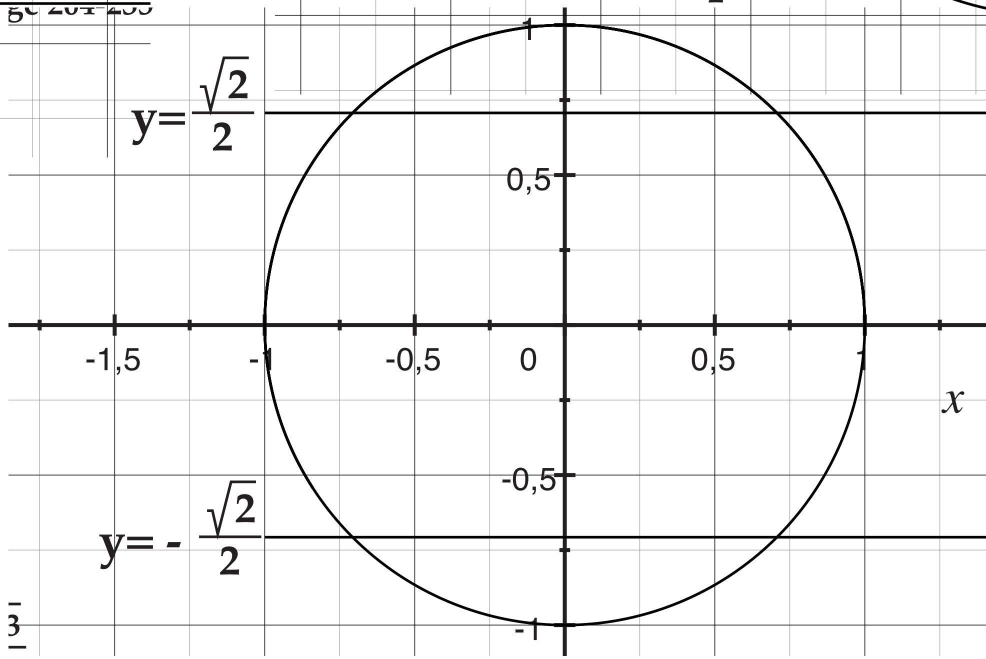
C un point du plan n'appartenant pas à (AB) .

5 pts 1°) Construire les points U et V tels que :



T STI GM & MS
Ch n°8 Nombres Complexes
page 204-235





Exercice n°1 :

On considère le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O\ \vec{u}\ \vec{v})$

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$

On appellera : A le point d'affixe 1 ,
B le point d'affixe i ,

Soit le nombre complexe : $z = 1 - i\sqrt{3}$

1°) Calculer le module et un argument de z et placer le point C d'affixe z dans le repère ;

On appelle D et E les points d'affixes respectives z^2 et $\frac{2}{z}$

2°)Ecrire ces deux nombres complexes sous forme algébrique ;

3°) Déterminer le module et l'argument de z^2 et $\frac{2}{z}$;

4°) Placer les points D et E dans le repère ;

5°) Montrer que les points C,D,E appartiennent à un cercle dont le centre a pour affixe $-\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice n°2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

1. Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation :

$$z^2 - 6z + 34 = 0.$$

2. Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 3+5i$, $z_B = 3-5i$ et $z_C = 4i$.

2.a. Placer A, B et C dans le repère.

2.b. Calculer les modules des nombres complexes $z_A - 3$, $z_B - 3$ et $z_C - 3$. En déduire que les points A, B et C sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

2.c. Quelle est la nature du triangle ABC ?

3. Soit D le symétrique de A par rapport à C et E le symétrique de B par rapport à C. Placer les points D et E dans le repère. Montrer que $ABDE$ est un losange.

Exercice n°3 :

Soit [A B] un segment de droite ,

1) a) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2+2z+2=0$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ - {1} l'équation : $\frac{z+1}{z-1}=2-i$. On écrira la solution sous forme algébrique.

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=-1+i$, $z_B=-1-i$ *et* $z_C=2+i$.

a) Représenter les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.

b) Quelle est la nature du triangle ABC ? Le justifier.

c) En déduire l'affixe du point Ω centre du cercle circonscrit au triangle ABC et le rayon r de ce cercle.

Exercice n°4 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 1 cm. On considère les points A, B, C d'affixes respectives :

$$z_A=\sqrt{3}+3i \quad ; \quad z_B=2\sqrt{3} \quad \text{et} \quad z_C=2i.$$

1. Placer les points A, B et C dans le plan complexe (sur papier millimétré).

2. Déterminer le module et un argument du nombre complexe z_A.

3. **3.a.** Calculer les modules des nombres complexes z_A-z_C, z_B-z_A et z_B-z_C.
En déduire la nature du triangle ABC.

3.b. Déterminer l'affixe du centre K du cercle (Γ) circonscrit au triangle ABC ; préciser le rayon r de ce cercle.

3.c. Montrer que le point O appartient au cercle (Γ).

4. On considère le point D, d'affixe $z_D=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

4.a. Montrer, que $z_D=\sqrt{3}-i$.

4.b. Calculer l'affixe du milieu M du segment $[AD]$.

4.c. Démontrer que le quadrilatère ABDC est un rectangle.

Exercice n°5 :

i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On considère les trois nombres complexes :

$$z_1 = 2\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{6}) \ ; \ z_2 = 4 \ ; \ z_3 = 2(1 + e^{4\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}).$$

On appelle M_1, M_2 et M_3 leurs images respectives dans le plan complexe (P) rapporté au repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ (Unité graphique : 1 cm).

1) Calculer la partie réelle et la partie imaginaire de z_1 et de z_3.

2) Placer les points M_1, M_2 et M_3 dans le plan (P).

3) a) Calculer sous forme trigonométrique les nombres complexes :
$z_1 - 2$; $z_2 - 2$; $z_3 - 2$.

b) En déduire que les trois points M_1, M_2 et M_3 sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

4) Montrer que le triangle $M_1M_2M_3$ est rectangle.

Exercice n°6 :

1. Soit $P(z) = z^3 - 4z^2 + 9z - 10$ où z appartient à l'ensemble **C** des nombres complexes.

1.a Résoudre dans **C** l'équation $z^2 - 2z + 5 = 0$.

1.b Calculer P(2).

1.c Déterminer les réels a, b et c tels que $P(z) = (z-2)(az^2 + bz + c)$.

1.d Déduire des questions précédentes les solutions dans **C** de l'équation $P(z)=0$.

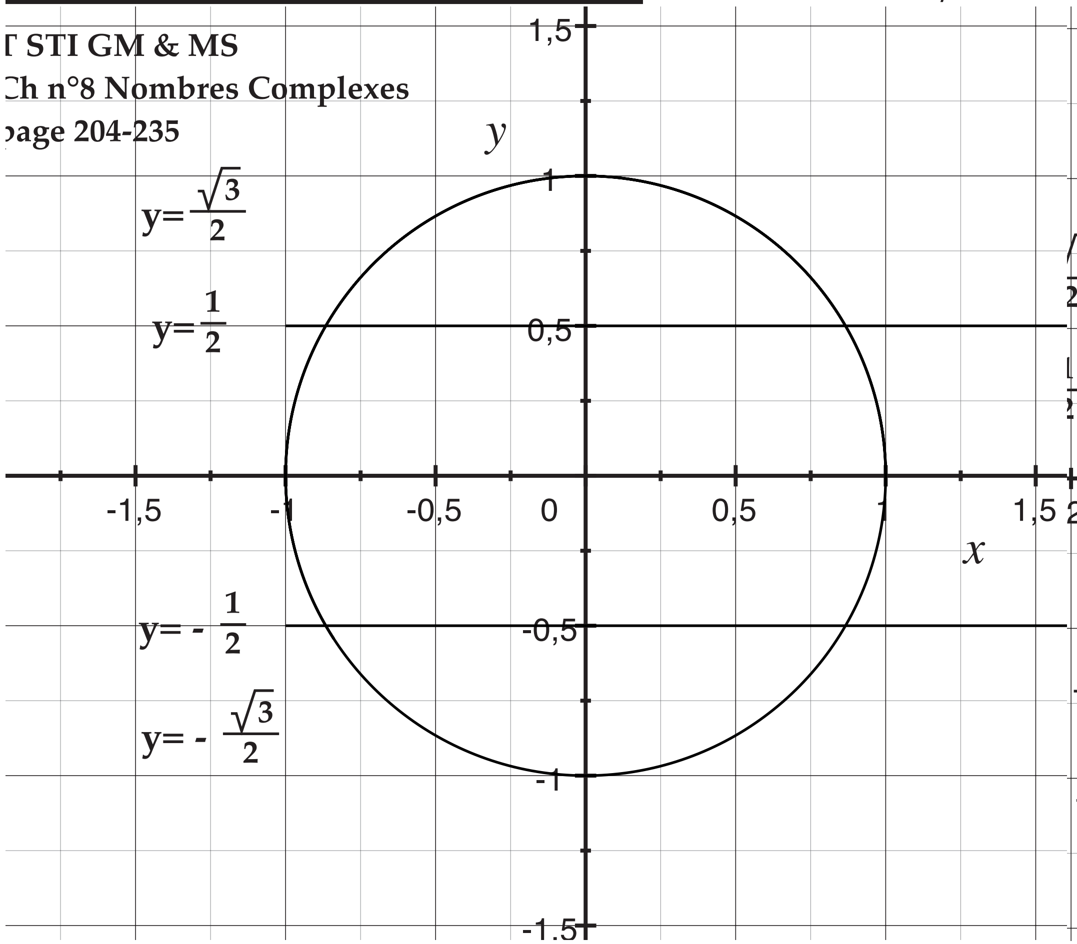
2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(0,\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.
On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives :

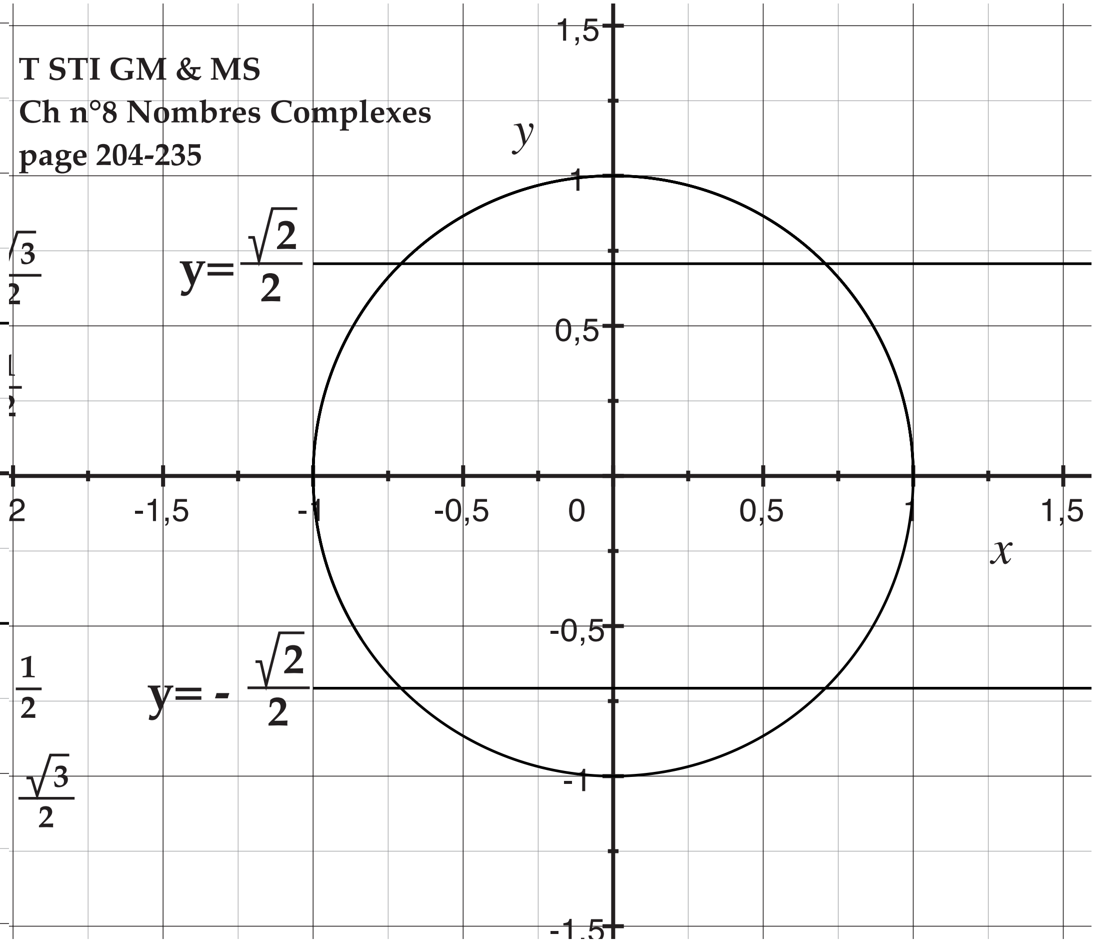
$$z_A = 2 \ ; z_B = 1 + 2i \ ; z_C = 1 - 2i \text{ et } z_D = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i.$$

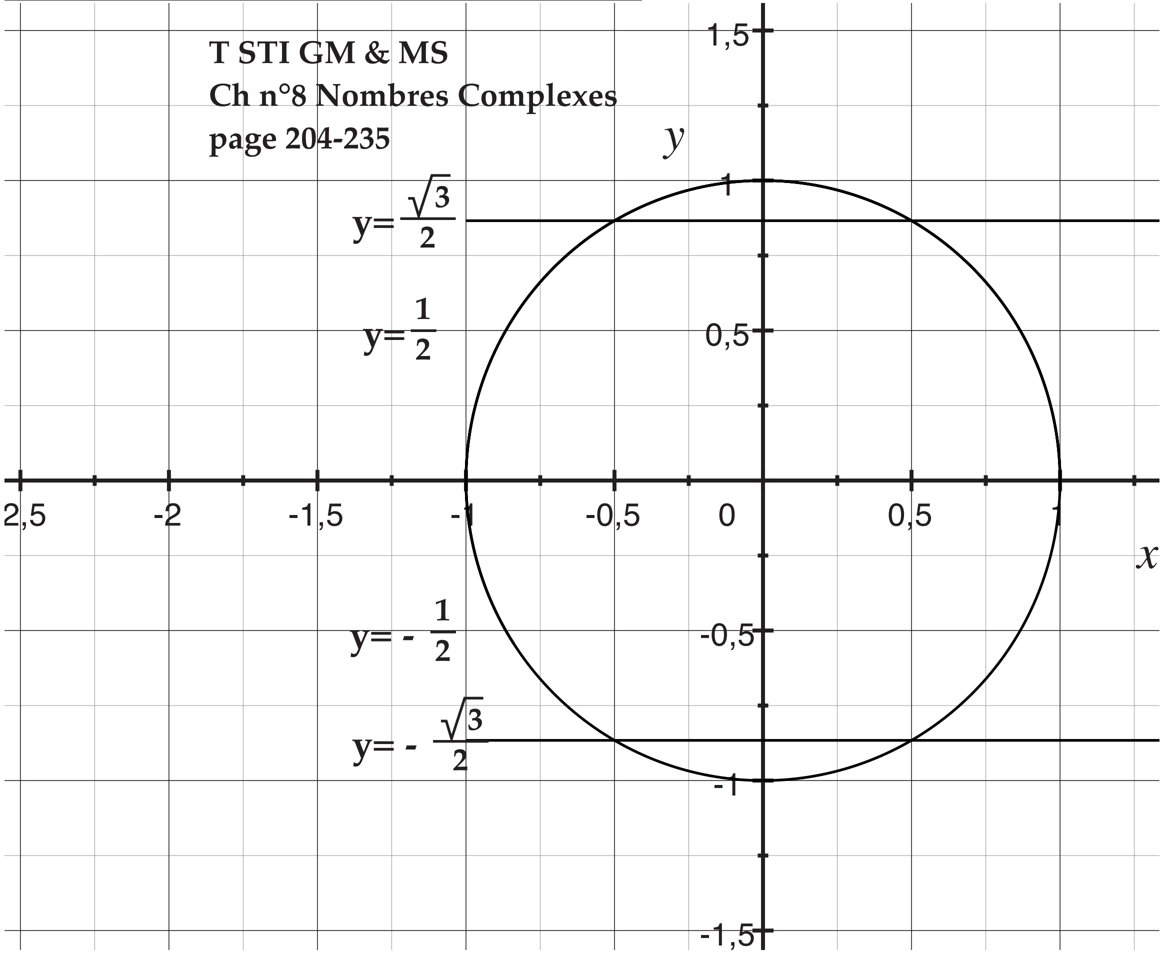
2.a Placer les points A, B, C et D dans le plan complexe (sur papier millimétré).

2.b Calculer les modules des nombres complexes $z_A - z_D$, $z_B - z_D$ et $z_B - z_A$.
En déduire la nature du triangle ABD.

Nombres complexes






T STI GM & MS
Ch n°8 Nombres Complexes
page 204-235
y
x
y= √3/2
y= 1/2
y= - 1/2
y= - √3/2
1,5
1
0,5
-0,5
-1
-1,5
2,5
-2
-1,5
-1
-0,5
0
0,5
1