

Nombres complexes

Chapitre n°8 page 204-235 ; Nombres complexes
T STI GM & MS
Année scolaire 2005/2006
Le Lundi 28 Septembre 2005

Exercice n°1 :

On considère le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$

On appellera : A le point d'affixe 1 ,
 B le point d'affixe i ,

Soit le nombre complexe : $z = 1 - i\sqrt{3}$

1°) Calculer le module et un argument de z
et placer le point C d'affixe z dans le repère ;

On appelle D et E les points d'affixes respectives z^2 et $\frac{z}{2}$

2°) Ecrire ces deux nombres complexes sous forme algébrique ;

3°) Déterminer le module et l'argument de z^2 et $\frac{z}{2}$;

4°) Placer les points D et E dans le repère ;

5°) Montrer que les points C, D, E appartiennent à un cercle dont

le centre a pour affixe $-\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice n°2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

1. Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation :
 $z^2 - 6z + 34 = 0$.

2. Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 3 + 5i$, $z_B = 3 - 5i$ et $z_C = 4i$.

2.a. Placer A, B et C dans le repère.

2.b. Calculer les modules des nombres complexes $z_A - 3$, $z_B - 3$ et $z_C - 3$. En déduire que les points A, B et C sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

2.c. Quelle est la nature du triangle ABC ?

3. Soit D le symétrique de A par rapport à C et E le symétrique de B par rapport à C . Placer les points D et E dans le repère. Montrer que $ABDE$ est un losange.

Nombres complexes

Chapitre n°8 page 204-235 ; Nombres complexes
T STI GM & MS
Le Lundi 28 Septembre 2005
Année scolaire 2005/2006

Exercice n°3 :

Soit $[AB]$ un segment de droite ,

- 1) a) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes \mathbb{C} l'équation : $z^2+2z+2=0$.
b) Résoudre dans $\mathbb{C} - \{1\}$ l'équation : $\frac{z+1}{z-1}=2-i$. On écrira la solution sous forme algébrique.
- 2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1+i$, $z_B = -1-i$ et $z_C = 2+i$.
 - a) Représenter les points A, B et C dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
 - b) Quelle est la nature du triangle ABC ? Le justifier.
 - c) En déduire l'affixe du point Ω centre du cercle circonscrit au triangle ABC et le rayon r de ce cercle.

Exercice n°4 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 1 cm. On considère les points A, B, C d'affixes respectives :

$$z_A = \sqrt{3} + 3i ; z_B = 2\sqrt{3} \text{ et } z_C = 2i .$$

1. Placer les points A, B et C dans le plan complexe (sur papier millimétré).
2. Déterminer le module et un argument du nombre complexe z_A .
3. **3.a.** Calculer les modules des nombres complexes $z_A - z_C$, $z_B - z_A$ et $z_B - z_C$.
En déduire la nature du triangle ABC.
3.b. Déterminer l'affixe du centre K du cercle (Γ) circonscrit au triangle ABC ; préciser le rayon r de ce cercle.
3.c. Montrer que le point O appartient au cercle (Γ) .
4. On considère le point D, d'affixe $z_D = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$.
 - 4.a.** Montrer, que $z_D = \sqrt{3} - i$.
 - 4.b.** Calculer l'affixe du milieu M du segment $[AD]$.
 - 4.c.** Démontrer que le quadrilatère ABDC est un rectangle.

Exercice n°5 :

i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On considère les trois nombres complexes :

$$z_1 = 2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) ; z_2 = 4 ; z_3 = 2\left(1 + e^{4i\frac{\pi}{3}}\right).$$

On appelle M_1 , M_2 et M_3 leurs images respectives dans le plan complexe (P) rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ (Unité graphique : 1 cm).

- 1) Calculer la partie réelle et la partie imaginaire de z_1 et de z_3 .
- 2) Placer les points M_1 , M_2 et M_3 dans le plan (P).
- 3) a) Calculer sous forme trigonométrique les nombres complexes :
 $z_1 - 2$; $z_2 - 2$; $z_3 - 2$.
b) En déduire que les trois points M_1 , M_2 et M_3 sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
- 4) Montrer que le triangle $M_1M_2M_3$ est rectangle.

Exercice n°6 :

1. Soit $P(z) = z^3 - 4z^2 + 9z - 10$ où z appartient à l'ensemble \mathbf{C} des nombres complexes.

1.a Résoudre dans \mathbf{C} l'équation $z^2 - 2z + 5 = 0$.

1.b Calculer $P(2)$.

1.c Déterminer les réels a , b et c tels que $P(z) = (z - 2)(az^2 + bz + c)$.

1.d Déduire des questions précédentes les solutions dans \mathbf{C} de l'équation $P(z) = 0$.

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(0, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.
On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$$z_A = 2 ; z_B = 1 + 2i ; z_C = 1 - 2i \text{ et } z_D = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i.$$

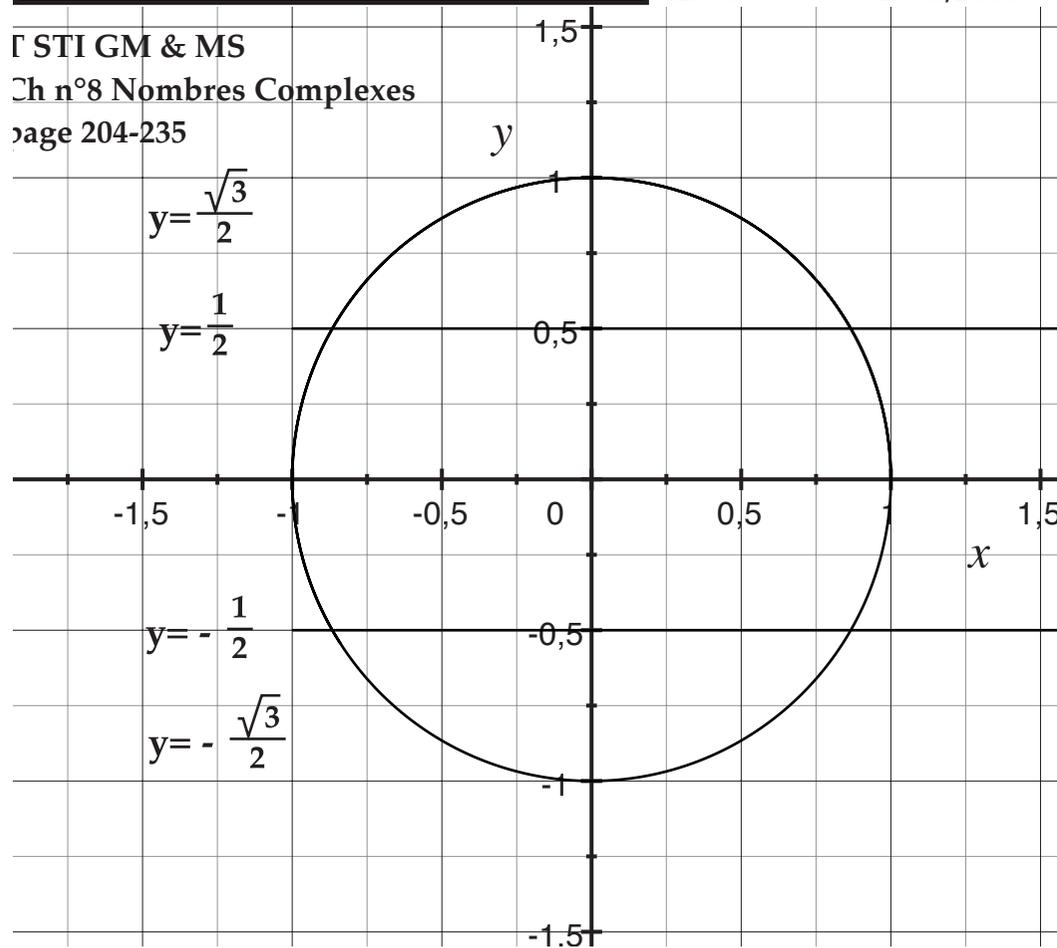
2.a Placer les points A, B, C et D dans le plan complexe (sur papier millimétré).

2.b Calculer les modules des nombres complexes $z_A - z_D$, $z_B - z_D$ et $z_B - z_A$.
En déduire la nature du triangle ABD.

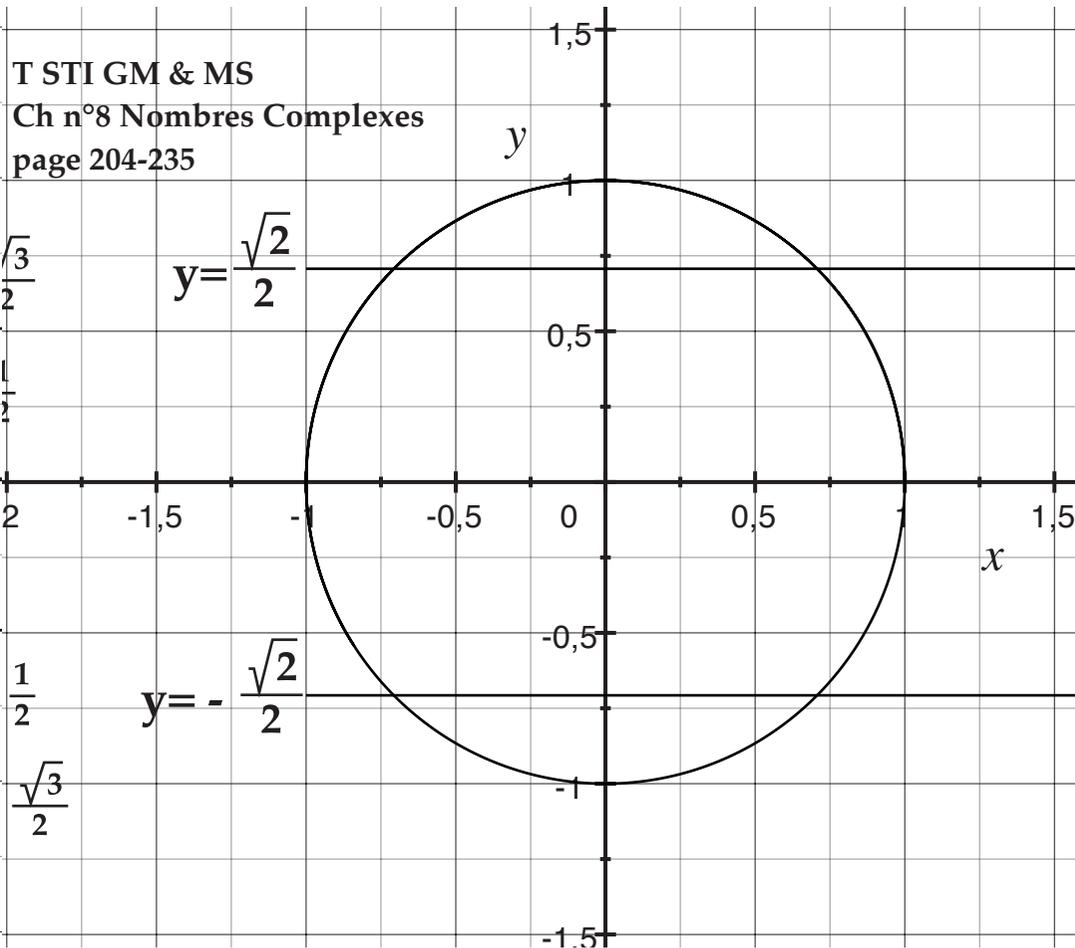
Nombres complexes

Chapitre n°8 page 204-235 ; Nombres complexes
 T STI GM & MS
 Le Lundi 5 Septembre 2005
 Année scolaire 2005/2006

T STI GM & MS
 Ch n°8 Nombres Complexes
 page 204-235

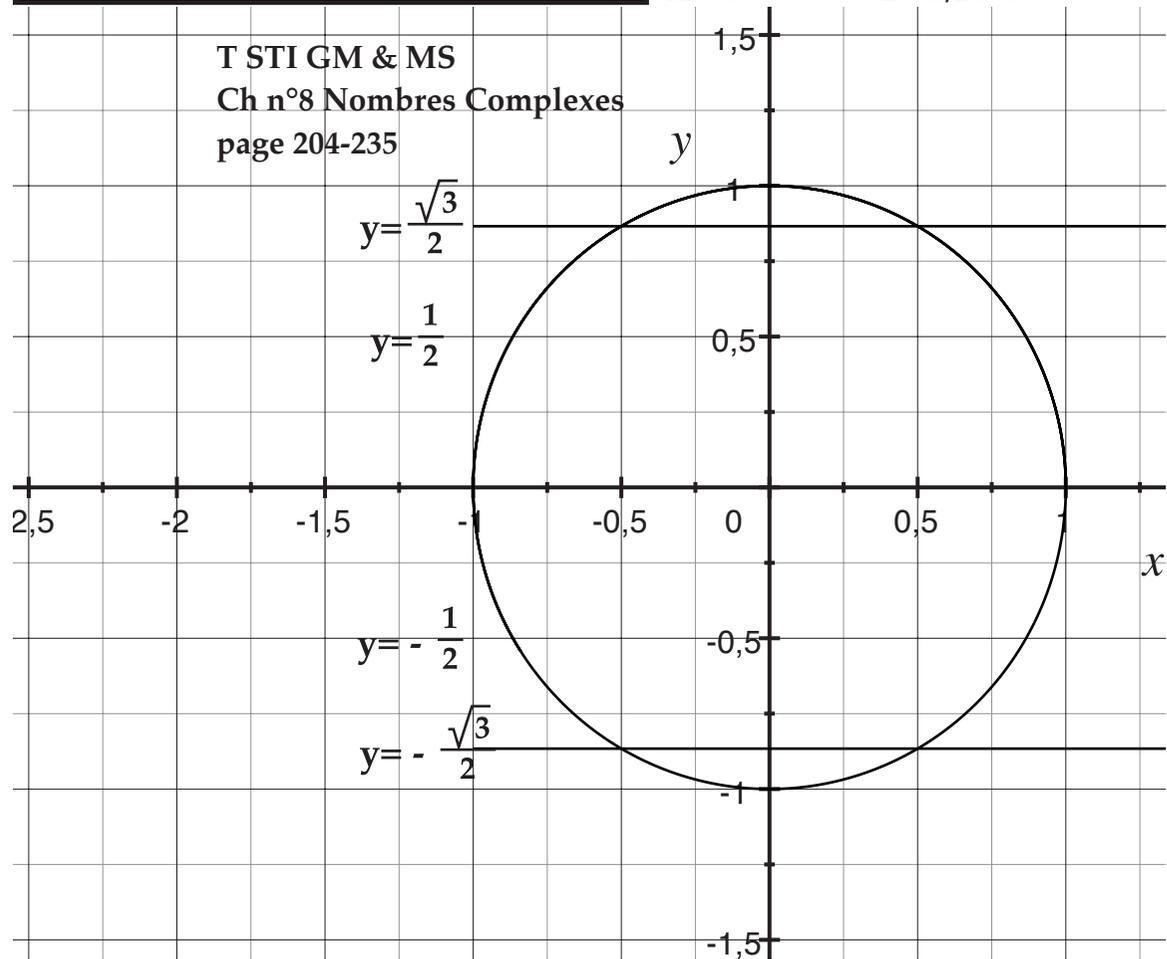


T STI GM & MS
 Ch n°8 Nombres Complexes
 page 204-235



Nombres complexes

Chapitre n°8 page 204-235 ; Nombres complexes
T STI GM & MS Le Lundi 5 Septembre 2005
Année scolaire 2005/2006



Nombres complexes

Chapitre n°8 page 204-235 ; Nombres complexes
 T STI GM & MS
 Le Lundi 28 Septembre 2005
 Année scolaire 2005/2006

