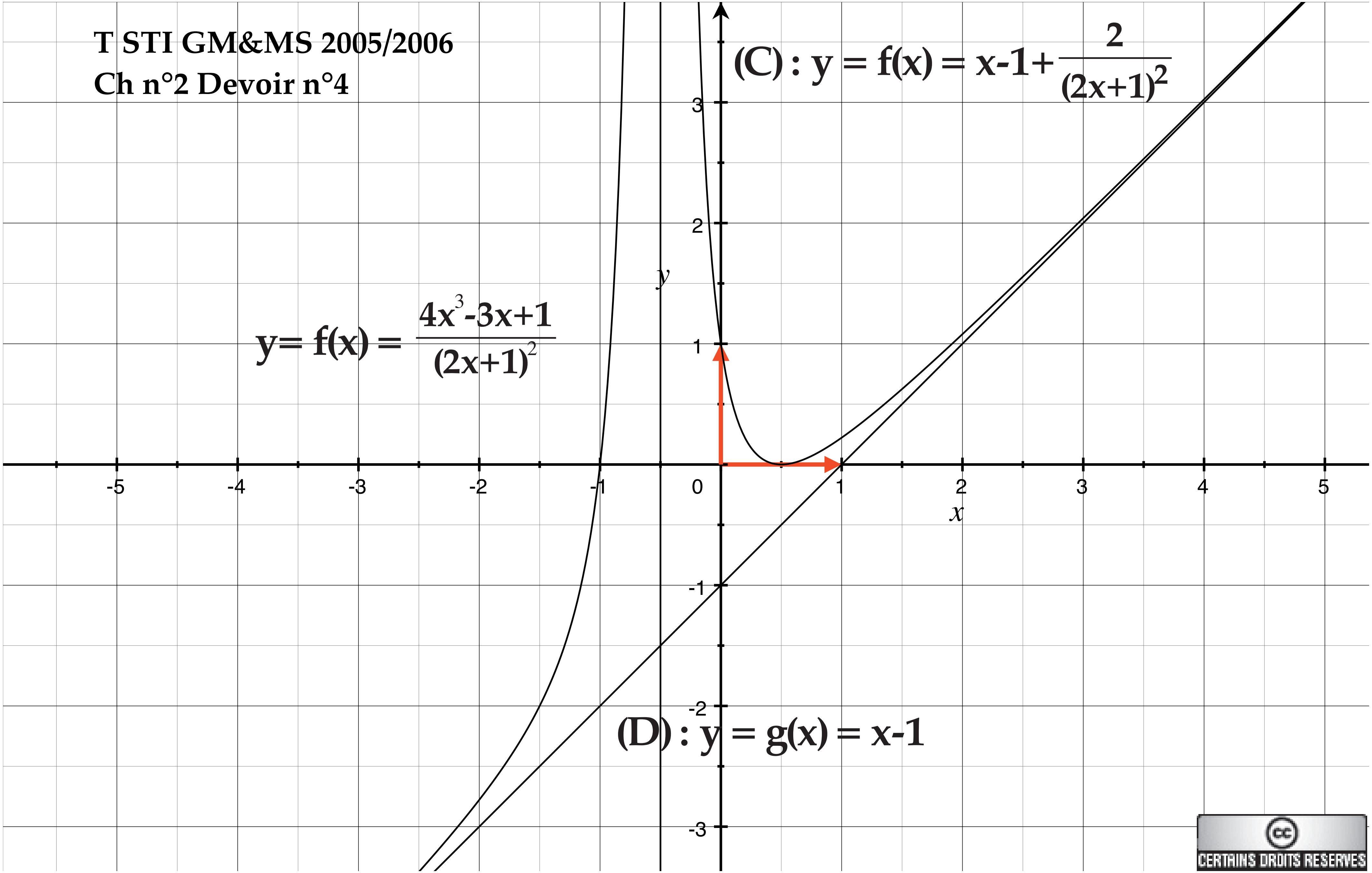
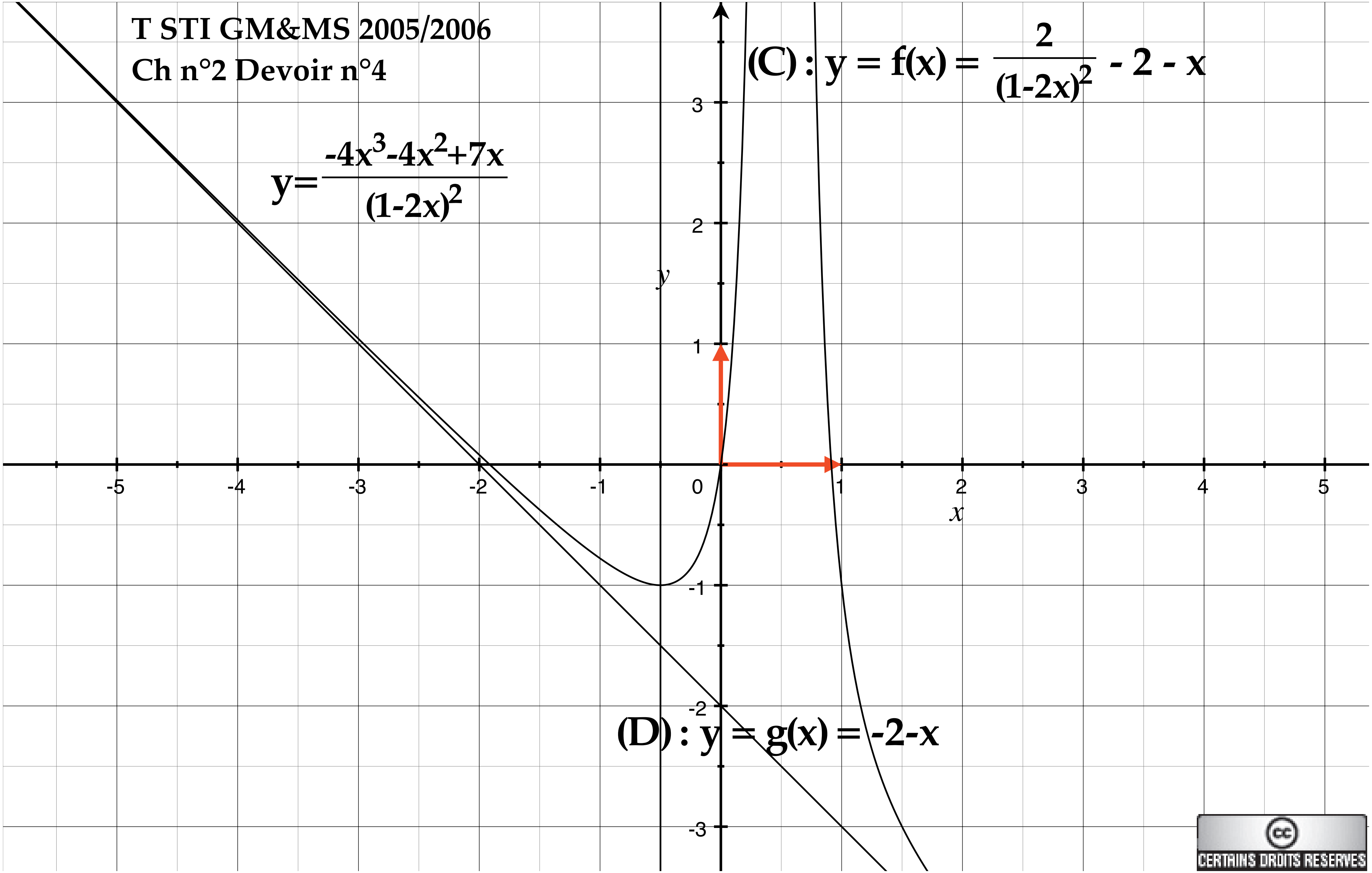


T STI GM&MS 2005/2006
Ch n°2 Devoir n°4
$y = f(x) = \dfrac{4x^3-3x+1}{(2x+1)^2}$
$(C) : y = f(x) = x-1+\dfrac{2}{(2x+1)^2}$
$(D) : y = g(x) = x-1$
y
x
3
2
1
0
-1
-2
-3
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5


T STI GM&MS 2005/2006
Ch n°2 Devoir n°4
$y=\frac{-4x^3-4x^2+7x}{(1-2x)^2}$
(C) : $y = f(x) = \frac{2}{(1-2x)^2} - 2 - x$
(D) : $y = g(x) = -2-x$
y
x
0
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
3
2
1
-1
-2
-3

Partie B : Etude d'une fonction

Soit la fonction définie sur l'ensemble de nombres réels par :

$$f(x)=\frac{4x^3-3x+1}{(2x+1)^2}$$

❶ – Déterminer l'ensemble de définition de f :
Interpréter graphiquement l'existence de la valeur interdite.

❷ – On a démontré précédemment que :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \text{ et } \lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty ;$$

❸ – Déterminer trois nombres réels a , b , c tels que :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{(2x+1)^2}$$

a) Démontrer que les trois valeurs a, b, c vérifient le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} 4a=4 \\ 4a+4b=0 \\ a+4b=-3 \\ b+c=1 \end{cases}$$

b) Sinon vérifier que f(x) admet aussi pour expression :

$$f(x)=x-1+\frac{2}{(2x+1)^2}$$

c) En déduire que : pour $x>-\frac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)=+\infty$

et pour $x<-\frac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)=+\infty$

❹ –

En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$;

Que peut-on en conclure pour (C) la courbe représentative de la fonction f et pour la droite (D) d'équation y = x - 1 ? ;

❺ – Etudier le signe de [f(x) - (x-1)] ; Que peut-on en déduire pour la position de (C) et (D) ;

❻ – Calculer l'expression de la dérivée de f ; vérifier que

$$f'(x)=1-\frac{8}{(2x+1)^3}=$$

❼ – Démontrer que : $(2x+1)^3-8=(2x-1)(4x^2+8x+7)$

En déduire le signe de la dérivée, puis le tableau de variations de f et ses variations ;

❽ – Calculer f(-1,5) ; f'(-1,5) ; f(-1) ; f'(-0); f(0) ; f(0,5) ; f'(0,5) ; :

❾ – Calculer une équation de la tangente au point d'abscisse -1,5 ;

❿ – Construire (C) la représentation graphique de la fonction et la droite d'équation (D) : y = x - 1 dans un repère orthonormal (2 cm pour une unité) ainsi que les tangentes au point d'abscisse -1,5 ; 0 ; 0,5 ;

Partie B : Etude d'une fonction

Soit la fonction définie sur l'ensemble de nombres réels par :

$$f(x)=\frac{-4x^3-4x^2+7x}{(1-2x)^2}$$

❶ – Déterminer l'ensemble de définition de f :
Interpréter graphiquement l'existence de la valeur interdite.

❷ – On a démontré précédemment que :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \text{ et } \lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty ;$$

❸ – Déterminer trois nombres réels a , b , c tels que :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{(1-2x)^2}$$

a) Démontrer que les trois valeurs a, b, c vérifient le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} 4a=-4 \\ -4a+4b=-4 \\ a-4b=7 \\ c=2 \end{cases}$$

b) Sinon vérifier que f(x) admet aussi pour expression :

$$f(x)=-x-2+\frac{2}{(1-2x)^2}$$

c) En déduire que : pour $x>\frac{1}{2}$; $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)=+\infty$

et pour $x<\frac{1}{2}$; $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)=+\infty$

❹ –

En déduire $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(-x-2)]$;

Que peut-on en conclure pour (C) la courbe représentative de la fonction f et pour la droite (D) d'équation y = -x - 2 ? ;

❺ – Etudier le signe de [f(x) - (-x-2)] ; Que peut-on en déduire pour la position de (C) et (D) ;

❻ – Calculer l'expression de la dérivée de f ; vérifier que

$$f'(x)=-1+\frac{8}{(1-2x)^3}=$$

❼ – Démontrer que : $8-(1-2x)^3=(2x+1)(4x^2-8x+7)$

En déduire le signe de la dérivée, puis le tableau de variations de f et ses variations ;

❽ – Calculer ; f(-0,5) ; f'(-0,5); f(0) ; f'(0) ; f(1) ; f(1,5) ; f'(1,5) ; :

❾ – Calculer une équation de la tangente au point d'abscisse 1,5 ;

❿ – Construire (C) la représentation graphique de la fonction et la droite d'équation (D) : y = -x - 2 dans un repère orthonormal (2 cm pour une unité) ainsi que les tangentes au point d'abscisse 0,5 ; 0 ; 1,5 ;