

EXERCICE D'ANALYSE :**Partie A :**

Soit $Q(t)$ la quantité de substance présente dans le muscle à l'instant t . On suppose que :

$$\frac{dQ}{dt} + 2Q = 0$$

❶ – Intégrer l'équation différentielle (E_0).

❷ – Soit Q_0 la quantité de substance injectée dans le muscle à l'instant $t = 0$. Ecrire $Q(t)$ en fonction de Q_0 et t .

Partie B :

Soit $F(t)$ la quantité de substance présente dans le sang à l'instant t . On suppose que :

$$(E_1) : \frac{dF}{dt} = 2Q - F$$

❶ – En utilisant la valeur de $Q(t)$ obtenu déterminée Partie A ❷, écrire l'équation différentielle reliant :

$$\frac{dF}{dt}, F \text{ et } t$$

❷ – Déterminer le réel a pour que la fonction $h(x) = a e^{-2t}$ soit une solution particulière de l'équation différentielle (E_1).

❸ – Déterminer la solution générale de (E_0), équation différentielle homogène associée à (E_1).

❹ – Déterminer la solution générale de (E_1).

❺ – On suppose que $F(0) = 0$ (valeur 0 à l'instant initial). Déterminer la solution de vérifiant cette condition.

Partie C :

On suppose que :

$$F(t) = -2 Q_0 (e^{-2t} - e^{-t})$$

❶ – Etudier la limite de la fonction F quand t tend vers $+\infty$.

❷ – Etudier les variations de la fonction F sur $[0, +\infty[$.

❸ – Dans le repère orthonormal (unité = 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées) tracer la courbe représentative de la fonction f .

Partie D :

On considère les cinq points de la courbe d'abscisse $t = 1, 2, 3, 4, 5$.

Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement du nuage de ces cinq points. Cet ajustement est-il justifié ?

BTS Analyses Biologiques 1990 : Exercice n°1 Partie B								
	x_i	$z_i = \ln(y_i)$		t_i^2	y_i^2	$y_i \cdot t_i$	x_i	y_i
	5,0	3,091		25	9,55	15,46	5	22,00
	5,5	3,219		30,25	10,36	17,70	5,5	25,00
	6,0	3,401		36	11,57	20,41	6	30,00
	6,5	3,638		42,25	13,23	23,64	6,5	38,00
	7,0	3,871		49	14,99	27,10	7	48,00
	7,5	4,025		56,25	16,20	30,19	7,5	56,00
	8,0	4,277		64	18,29	34,21	8	72,00
	8,5	4,443		72,25	19,74	37,76	8,5	85,00
	9,0	4,554		81	20,74	40,98	9	95,00
	9,5	4,942		90,25	24,42	46,95	9,5	140,00
Total	72,5	39,5		54,63	15,91	29,44		
Moyenne :	7,3	3,9		2,06	0,34	0,83		
Ecart-type :				1,44	0,58			
Droite de régression de y en x :	$y = ax + b$			$r =$	0,996406			
	$a =$	0,403	$b =$	1,021				