

Equations Différentielles

TD n°1 ;
BTS AB 1
Année scolaire 2005/2006

Equations différentielles linéaires du premier ordre
Le Jeudi 1 Septembre 2005

Exemple d'équations différentielles en Sciences Physiques :

Evolution de la pression atmosphérique suivant l'altitude

Exemple n°1 :

Il existe de nombreux phénomènes physiques où les mesures x et y de deux grandeurs X et Y faites avec des unités appropriées varient conjointement.

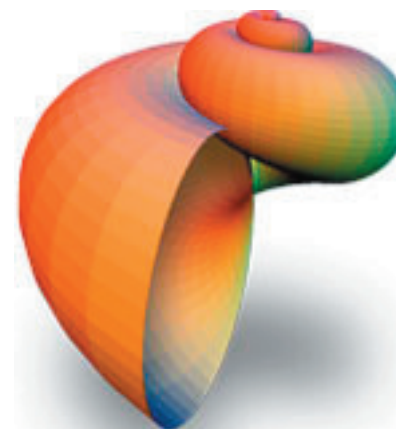
Il est bien connu que la pression atmosphérique p diminue lorsque l'altitude h augmente. On a constaté que leurs variations Δp et Δh exprimées en hectopascals et en mètres sont liées.

Après un calcul simple, il est possible de trouver une valeur α constante telle que :

2°) Montrer que toute fonction définie par l'expression suivante :
 $f(x) = C e^{-\alpha x}$ est solution de l'équation (1), où C est un nombre réel.

3°) Déterminer C sachant que la pression à l'altitude 0 est égale à 1 000 hectopascals.

4°) Déterminez l'altitude d'un point où la pression atmosphérique est de 600 hectopascals.



Curvus Pro X



i.scool



Td n°1 exemple n°1	BTS 1 Analyses Biologiques					
h : altitude en mètres	0	10	5000	5010	20000	20010
p : pression atmosphérique en hectopascals	1000	998	367,9	367,14	18,32	18,28
Variation de pression		-2		-0,76		-0,04
Rapport : variation de pression sur variation d'altitude						
alpha						

1°) En considérant p comme une fonction de h , $p = p(h)$ et en assimilant le rapport $\Delta p / \Delta h$ à la dérivée $p'(h)$ de la fonction $p(h)$, montrer que la fonction $p(h)$ et sa dérivée vérifie la relation suivante :

$$p'(h) + \alpha p(h) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = -\alpha p$$

Equations Différentielles

TD n°1 ;
BTS AB 1
Année scolaire 2005/2006

Equations différentielles linéaires du premier ordre
Le Jeudi 1 Septembre 2005

Exercice n°9 :

Durant une sécheresse, le volume d'eau d'un étang diminue du quart toutes les semaines. L'étang contenait au départ 4 000 m³ d'eau.

1°) Quel est le volume d'eau au bout de 3 semaines ?

2°) Quel est le volume d'eau au bout de 10 jours (1 jour = 1/7 de semaine) ?

3°) Déterminer la fonction donnant y le volume d'eau de l'étang en fonction de x le temps, exprimé en semaines.

4°) A l'aide d'un graphique, lire à partir de combien de jours le volume d'eau a diminué de moitié.

5°) Calculer le pourcentage de diminution au bout de 10 jours au dixième près.

Formule générale de la (dé)croissance exponentielle :

$$V_n = V_0 (CM)^n$$

TD n°1 exemple n°2	BTS 1 Analyses Biologiques											
t : temps en jours	1	1	7	8	14	15	21	22	28	29	35	36
V : volume en m³												
Variation de temps												
Variation de volume												
Rapport : variation de volume sur variation de temps												
alpha												
alpha												
t : temps en jours	0	0,5	7	7,5	14	14,5	21	21,5	28	28,5	35	35,5
V : volume en m³												
Variation de temps												
Variation de volume												
Rapport : variation de volume sur variation de temps												
alpha												
alpha												

Equations Différentielles

TD n°1 ;
BTS AB 1
Année scolaire

Exercice n°9 :

Durant une sécheresse, le volume d'eau d'un étang diminue du quart toutes les semaines. L'étang contenait au départ 4 000 m³ d'eau.

1°) Quel est le volume d'eau au bout de 3 semaines ?

2°) Quel est le volume d'eau au bout de 10 semaines (1 jour = 1/7 de semaine) ?

3°) Déterminer la fonction donnant y le volume d'eau de l'étang en fonction de x le temps, exprimé en semaines.

4°) A l'aide d'un graphique, lire à partir de combien de jours le volume d'eau a diminué de moitié.

5°) Calculer le pourcentage de diminution au bout de 10 jours au dixième près.

Formule générale de la (dé)croissance exponentielle : $V_n = V_0 (CM)^n$

Td n°1 exemple n°1	BTS 1 Analyses Biologiques					
h : altitude en mètres	0	10	5000	5010	20000	20010
p : pression atmosphérique en hectopascals	1000	998	367,9	367,14	18,32	18,28
Variation de pression		-2		-0,76		-0,04
Rapport : variation de pression sur variation d'altitude						
alpha						

TD n°1 exemple n°2	BTS 1 Analyses Biologiques											
t : temps en jours	0	1	7	8	14	15	21	22	28	29	35	36
V : volume en m³	4000	3838,9424	3000	2879,2068	2250	2159,4051	1687,5	1619,5538	1265,625	1214,6654	949,21875	910,99904
Variation de temps		1		1		1		1		1		1
Variation de volume		-161,0576		-120,7932		-90,59488		-67,94616		-50,95962		-38,21971
Rapport : variation de volume sur variation de temps		-161,0576		-120,7932		-90,59488		-67,94616		-50,95962		-38,21971
alpha		-0,040264		-0,040264		-0,040264		-0,040264		-0,040264		-0,040264
alpha		-0,041954		-0,041954		-0,041954		-0,041954		-0,041954		-0,041954
t : temps en jours	0	0,5	7	7,5	14	14,5	21	21,5	28	28,5	35	35,5
V : volume en m³	4000	3918,6439	3000	2938,9829	2250	2204,2372	1687,5	1653,1779	1265,625	1239,8834	949,21875	929,91256
Variation de temps		0,5		0,5		0,5		0,5		0,5		0,5
Variation de volume		-81,35613		-61,0171		-45,76282		-34,32212		-25,74159		-19,30619
Rapport : variation de volume sur variation de temps		-162,7123		-122,0342		-91,52565		-68,64424		-51,48318		-38,61238
alpha		-0,040678		-0,040678		-0,040678		-0,040678		-0,040678		-0,040678
t : temps en jours	0	0,2	7	7,1	14	14,05	21	21,01	28	28,001	35	35,0001
V : volume en m³	4000	3967,2568	3000	2987,6961	2250	2245,3813	1687,5	1686,8066	1265,625	1265,573	949,21875	949,21485
Variation de temps		0,2		0,1		0,05		0,01		0,001		0,0001
Variation de volume		-32,7432		-12,30393		-4,618715		-0,693377		-0,052013		-0,003901
Rapport : variation de volume sur variation de temps		-163,716		-123,0393		-92,3743		-69,33768		-52,01288		-39,01038
alpha=ln(0.75)/7	-0,041097	-0,040929		-0,041013		-0,041055		-0,041089		-0,041097		-0,041097

Equations Différentielles

TD n°1 ;
BTS AB 1
Année scolaire 2005/2006

Equations différentielles linéaires du premier ordre
Le Jeudi 1 Septembre 2005

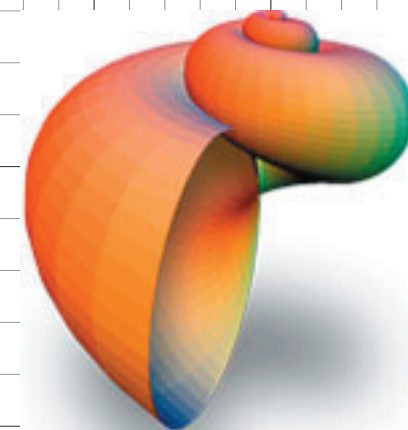
BTS 1 AB 2005/2006

TD n°1

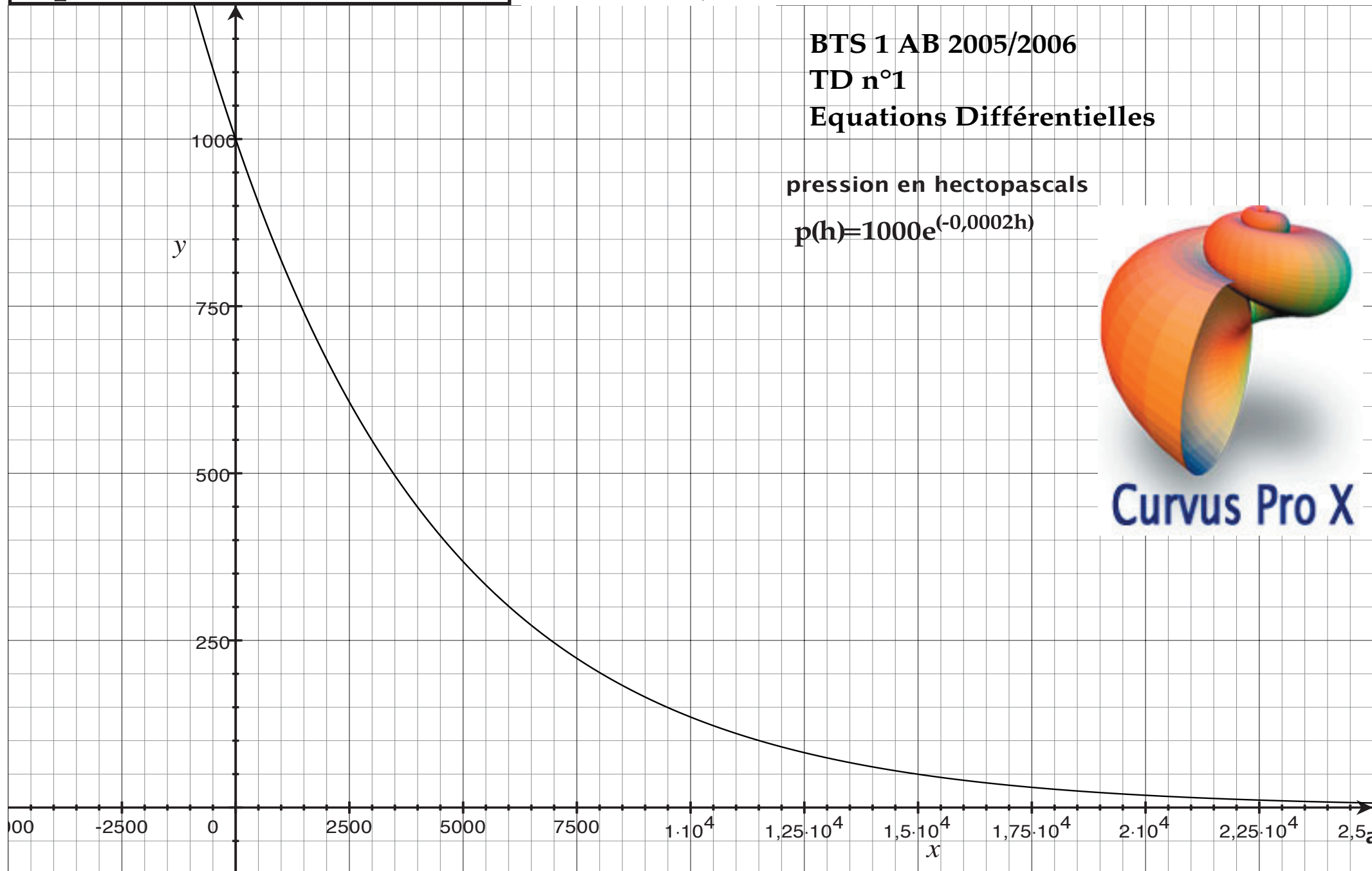
Equations Différentielles

pression en hectopascals

$$p(h)=1000e^{(-0,0002h)}$$



Curvus Pro X



Equations Différentielles

TD n°1 ;
BTS AB 1
Année scolaire 2005/2006

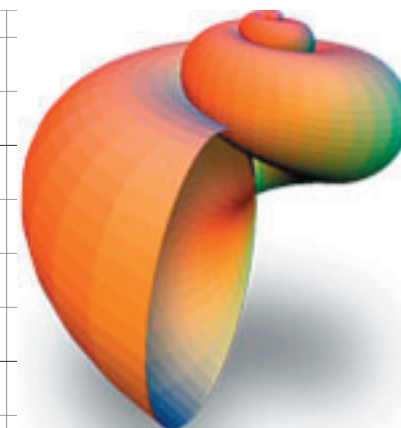
Equations différentielles linéaires du premier ordre
Le Jeudi 1 Septembre 2005

BTS 1 AB 2005/2006

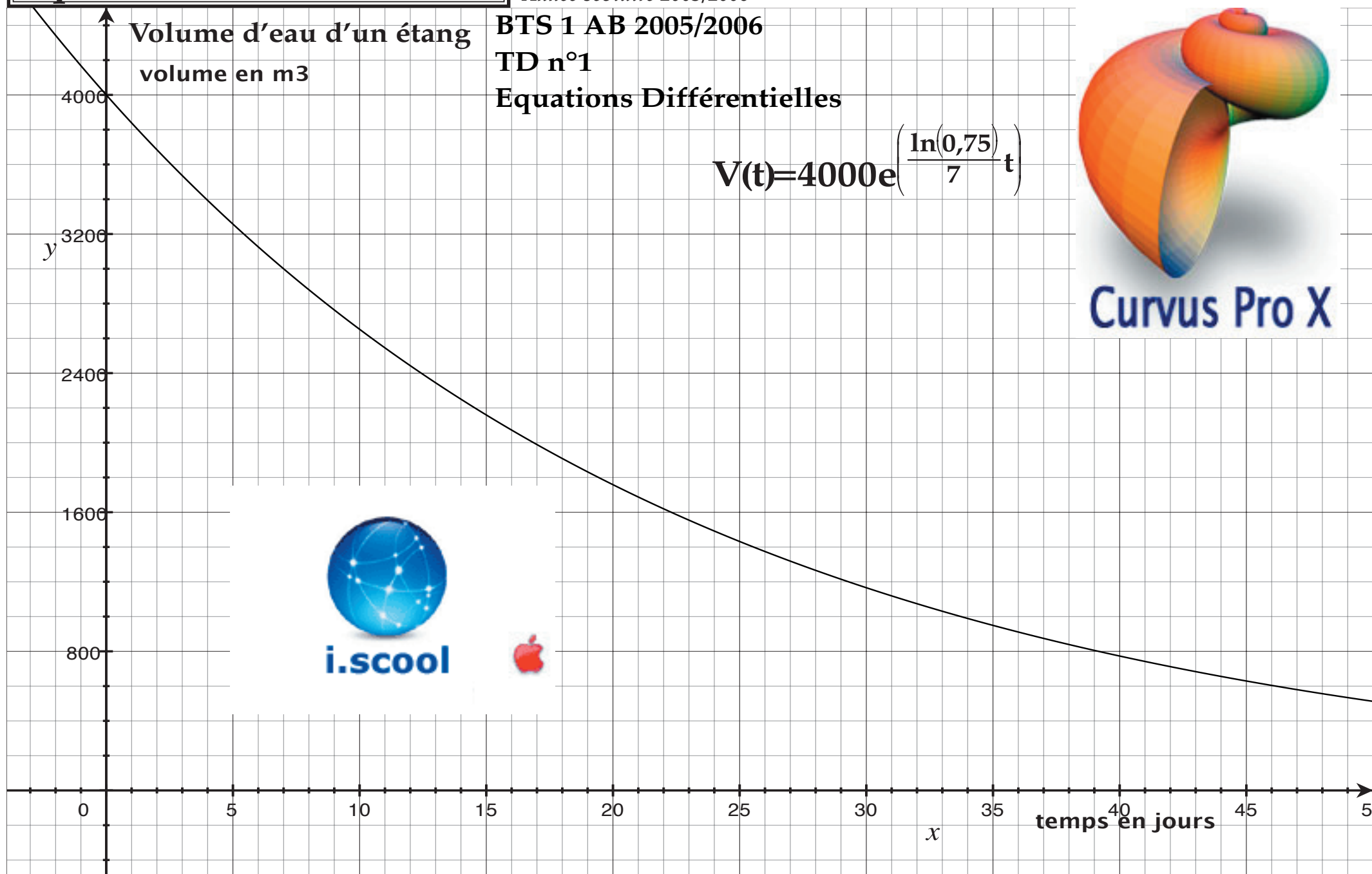
TD n°1

Equations Différentielles

$$V(t) = 4000e^{\left(\frac{\ln(0,75)}{7}\right)t}$$



Curvus Pro X



Equations Différentielles

TD n°1 ;
BTS AB 1
Année scolaire 2005/2006

Equations différentielles linéaires du premier ordre
Le Jeudi 1 Septembre 2005

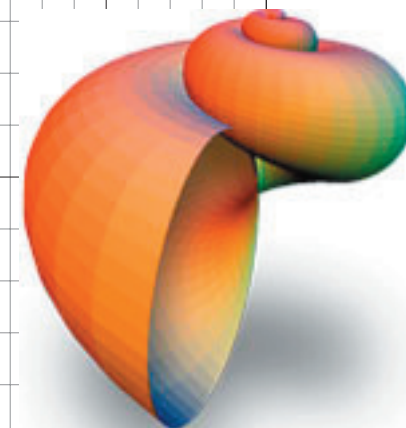
BTS 1 AB 2005/2006

TD n°1

Equations Différentielles

pression en hectopascals

$$p(h)=1000e^{(-0,0002h)}$$



Curvus Pro X



000 -2500 0 2500 5000 7500 $1 \cdot 10^4$ $1,25 \cdot 10^4$ $1,5 \cdot 10^4$ $1,75 \cdot 10^4$ $2 \cdot 10^4$ $2,25 \cdot 10^4$ $2,5 \cdot 10^4$

y

x

Equations Différentielles

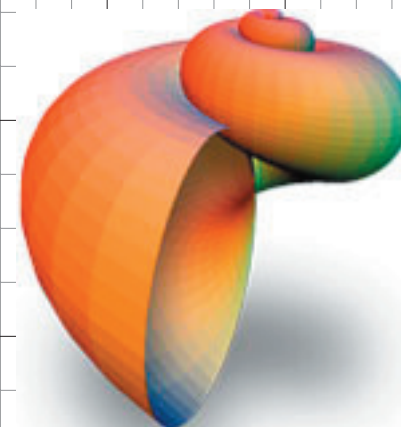
TD n°1 ;
BTS AB 1
Année scolaire 2005/2006

Equations différentielles linéaires du premier ordre
Le Jeudi 1 Septembre 2005

Volume d'eau d'un étang
volume en m3

BTS 1 AB 2005/2006
TD n°1
Equations Différentielles

$$V(t) = 4000e^{\left(\frac{\ln(0,75)}{7}\right)t}$$



Curvus Pro X



i.scool



temps en jours