Notion de variable aléatoire

Td n°8 ; BTS 1 AB ; Année scolaire 2005/2006
Le 25 Janvier 2006

Exemple n°1 :

Dans un jeu de 32 cartes, on tire simultanément 5 cartes. On dit que ces 5 cartes constituent une " main ".

❄ On s'intéresse au nombre de trèfles obtenus dans chaque main.

Exemple n°2 :

Nombres de quatre chiffres en numération décimale

On appelle X la variable aléatoire qui à tout nombre de quatres chiffres associe le nombre de chiffres 1 contenus dans l'écriture de ce nombre.

Etablir la loi de probabilité, calculer l'espérance mathématique de X notée E(X), la variance V(X) et l'écart-type σ(X).

Exemple n°3 :

Une urne U contient 3 boules noires et 2 boules blanches ;

On extrait successivement et sans remise les cinq boules de l'urne et on s'arrête quand une boule blanche est tirée.

❶ – On appelle X variable aléatoire qui prend pour valeur le rang de sortie de la première boule blanche;

Rappel :

On appelle moyenne arithmétique d'une série statistique (x_i, n_i) le nombre réel $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i x_i$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} f_i x_i$$

On note : E(X) l'espérance mathématiqued'une variable aléatoire

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$$

On appelle variance V la moyenne arithmétique des carrés des écarts à la moyenne et σ l'écart-type de la série statistique :

$$V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$V = \sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i)^2 - \left(\bar{x}\right)^2$$

et par définition : $\sigma = \sqrt{V}$

On note V(X) la variance d'une variable aléatoire X et σ(X) l'écart-type de cette variable aléatoire :

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(X))^2$$

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2 - E(X)^2$$

et par définition : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$