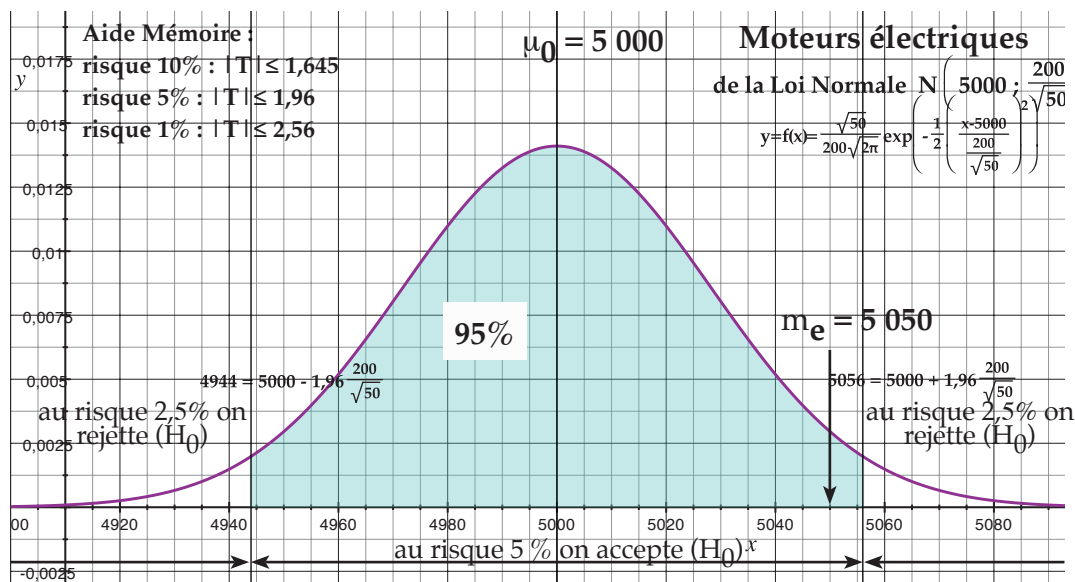


TESTS D'HYPOTHÈSES - TESTS DE CONFORMITÉ D'UNE MOYENNE

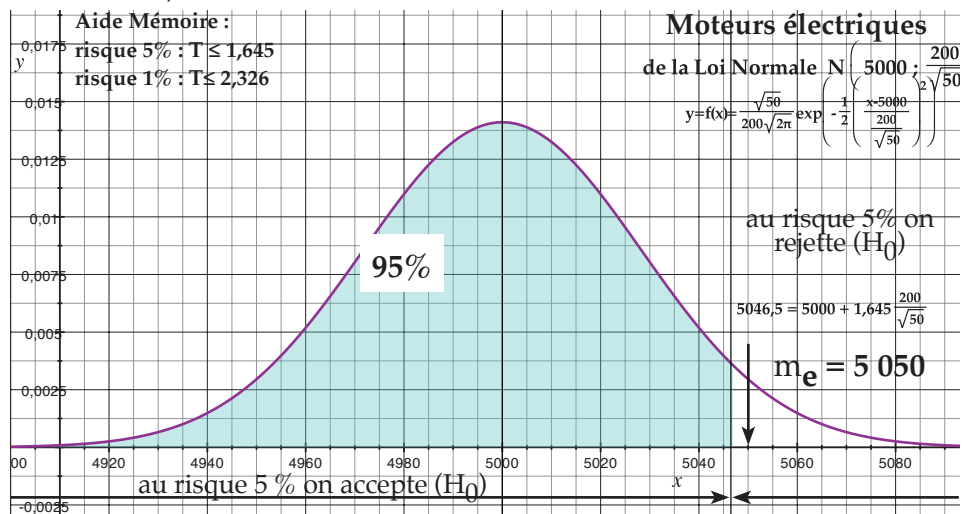
DURÉE DE VIE DES MOTEURS D'UN ASPIRATEUR :

Les moteurs des aspirateurs de la marque R. ont une durée de vie de 5 000 heures avec un écart-type de 200 h. Dès la réception d'une commande, le revendeur effectue sur un échantillon de 50 moteurs un test qui lui permet d'affirmer que la durée moyenne de vie est de 5 050 heures. Peut-on, au risque 5 %, accepter ou refuser la commande c'est à dire estimer ou non que l'échantillon est conforme à la norme standard ?



DURÉE DE VIE DES MOTEURS D'UN ASPIRATEUR :

Les moteurs des aspirateurs de la marque R. ont une durée de vie de 5 000 heures avec un écart-type de 200 h. A la suite d'une modification dans la fabrication des moteurs le fabricant estime que les nouveaux moteurs ont une durée de vie supérieure à celle des anciens. Un test effectué sur un échantillon de 50 nouveaux moteurs nous permet d'affirmer que la durée moyenne de vie est de 5 050 heures. Peut-on en conclure, au risque 5 %, à l'amélioration de la durée de vie d'un moteur ?



Td n°3 ; BTS 2 BIO & AB ; Année scolaire 2006/2007

CONSTRUCTION DU TEST BILATERAL:

1 LOI D'ÉCHANTILLONNAGE :

2 HYPOTHÈSE À TESTER : (hypothèse nulle) la valeur standard $\mu_0 = 5000$
 (H_0) hypothèse nulle : « $\mu = \mu_0$ » c'est à dire « la durée de vie moyenne est 5 000 »

Dès que vous formulez cette hypothèse vous devez , en même temps, imaginer l'hypothèse alternative qui doit être contradictoire ; c'est à dire concevoir (H_0) : « la durée de vie moyenne est très peu différente de la valeur standard 5 000 »
 Le terme " peu différente " implique un test bilatéral.

3 HYPOTHÈSE ALTERNATIVE - NATURE DU TEST :

(H_1) : « $\mu \neq \mu_0$ » c'est à dire « la masse moyenne est différente de 5 000 » ;
 le test est bilatéral c'est à dire (H_1) : « $\mu < \mu_0$ ou $\mu > \mu_0$ »

4 CONDITIONS DE REJET (H_0) AU RISQUE 5% :

Sous l'hypothèse (H_0) la variable aléatoire

$$\bar{X} \text{ suit la loi normale } N\left(5000; \frac{200}{\sqrt{50}}\right) \text{ équivalent à } T = \frac{\bar{X} - 5000}{\frac{200}{\sqrt{50}}} \text{ suit la loi normale } N(0; 1)$$

Condition : Si $|T| \leq 1,96$ on accepte (H_0) au risque 5 %

4 MISE EN OEUVRE DU TEST :

$$\text{Calcul de : } t = \frac{m_e - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{5050 - 5000}{\frac{200}{\sqrt{50}}} \approx 1,77$$

puisque $t < 1,96$ on accepte (H_0) au risque 5 %

5 DÉCISION : le revendeur accepte la commande

CONSTRUCTION DU TEST UNILATERAL :

1 LOI D'ÉCHANTILLONNAGE :

2 HYPOTHÈSE À TESTER : (hypothèse nulle) la valeur standard $\mu_0 = 5000$
 (H_0) hypothèse nulle : « $\mu = \mu_0$ » c'est à dire « la durée de vie moyenne est 5 000 » mais aussi « la modification n'est pas efficace »

Dès que vous formulez cette hypothèse vous devez , en même temps, imaginer l'hypothèse alternative qui doit lui être contraire ; c'est à dire concevoir (H_0) : « la durée de vie moyenne est très peu différente de la valeur standard 5 000 mais aussi inférieure à 5000 »
 Le terme " peu différente mais aussi inférieure " implique un test unilatéral.

3 HYPOTHÈSE ALTERNATIVE - NATURE DU TEST :

(H_1) : « $\mu > \mu_0$ » c'est à dire « la durée de vie moyenne est supérieure à 5 000 » ;
 mais aussi « la modification est efficace » le test est unilatéral.

4 CONDITIONS DE REJET (H_0) AU RISQUE 5% :

Sous l'hypothèse (H_0) la variable aléatoire

$$\bar{X} \text{ suit la loi normale } N\left(5000; \frac{200}{\sqrt{50}}\right) \text{ équivalent à } T = \frac{\bar{X} - 5000}{\frac{200}{\sqrt{50}}} \text{ suit la loi normale } N(0; 1)$$

Condition : Si $T \leq 1,645$ on accepte (H_0) au risque 5 %

4 MISE EN OEUVRE DU TEST :

$$\text{Calcul de : } t = \frac{m_e - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{5050 - 5000}{\frac{200}{\sqrt{50}}} \approx 1,77$$

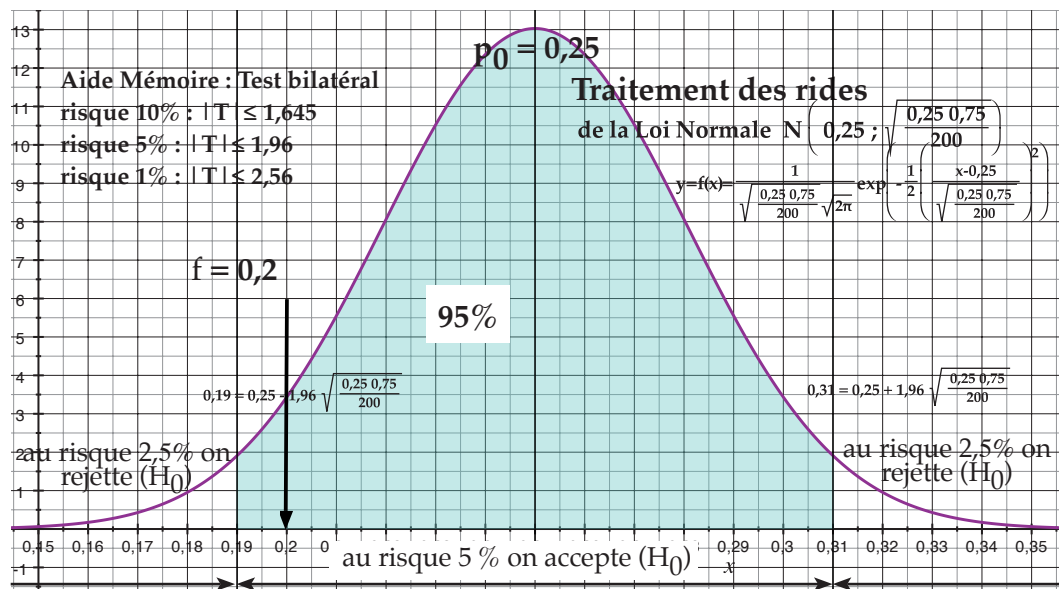
puisque $t > 1,645$ on refuse (H_0) au risque 5 %

5 DÉCISION : la modification a été efficace

TESTS D'HYPOTHÈSES - TESTS DE CONFORMITÉ D'UNE FRÉQUENCE

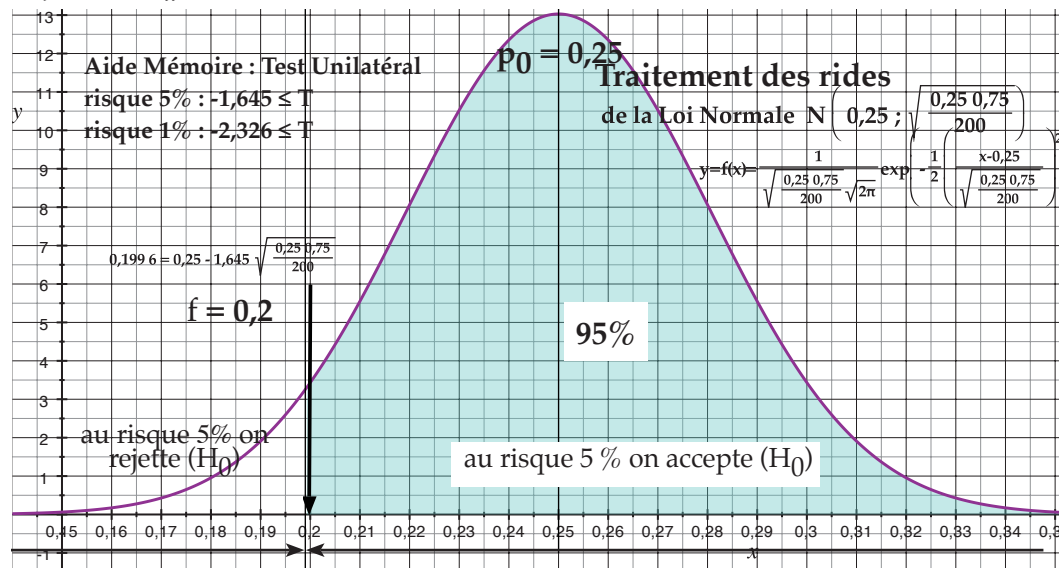
LES RIDES :

Dans une population, la proportion des individus âgés de 50 ans présentant des rides est de 25 %. Sur un échantillon de 200 personnes âgées de 50 ans on constate que 40 personnes présentent des rides. Peut-on, au risque 5 %, affirmer que l'échantillon est représentatif de la population ?



TRAITEMENT DES RIDES :

Dans une population, la proportion des individus présentant des rides est de 25 %. Sur 200 personnes ayant suivi un traitement antirides, on a observé que 40 personnes avaient des rides. Peut-on en conclure, au risque 5 %, à l'efficacité du traitement ?



Td n°3 ; BTS 2 BIO & AB ; Année scolaire 2006/2007

CONSTRUCTION DU TEST BILATERAL :

1 LOI D'ÉCHANTILLONNAGE :

2 HYPOTHÈSE À TESTER : (hypothèse nulle) la valeur standard $p_0 = 0,25$
 (H_0) hypothèse nulle : « $p = p_0$ » « la différence entre les proportions de personnes présentant des rides n'est pas significative »

Dès que vous formulez cette hypothèse vous devez , en même temps, imaginer l'hypothèse alternative qui doit être contraire ; c'est à dire concevoir (H_0) : « la durée de vie moyenne est très peu différente de la valeur standard 5 000 »

Car le terme " peu différente " implique un test bilatéral.

3 HYPOTHÈSE ALTERNATIVE - NATURE DU TEST :

(H_1) : « $p \neq p_0$ » c'est à dire « la différence entre les proportions de personnes présentant des rides est significative » et le test est bilatéral.

4 CONDITIONS DE REJET (H_0) AU RISQUE 5% :

☞ Sous l'hypothèse (H_0) la variable aléatoire

$$F \text{ suit la loi normale } N\left(0,25; \sqrt{\frac{0,25 \cdot 0,75}{200}}\right) \text{ équivalent à } T = \frac{F - 0,25}{\sqrt{\frac{0,25 \cdot 0,75}{200}}} \text{ suit la loi normale } N(0; 1)$$

☞ Condition : Si $|T| \leq 1,96$ on accepte (H_0) au risque 5 %

4 MISE EN OEUVRE DU TEST :

☞ Calcul de : $t = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0,2 - 0,25}{\sqrt{\frac{0,25 \cdot 0,75}{200}}} = -1,63$

☞ puisque $|t| \leq 1,96$ on accepte (H_0) au risque 5 %

5 DÉCISION : la différence entre les proportions n'est pas significative

CONSTRUCTION DU TEST UNILATERAL :

1 LOI D'ÉCHANTILLONNAGE :

2 HYPOTHÈSE À TESTER : (hypothèse nulle) la valeur standard $p_0 = 0,25$
 (H_0) hypothèse nulle : « $p = p_0$ » c'est à dire « la proportion de personnes présentant des rides est peu différente de 0,25 » mais aussi « le traitement n'est pas efficace »

Dès que vous formulez cette hypothèse vous devez , en même temps, imaginer l'hypothèse alternative qui doit lui être contraire ; c'est à dire concevoir (H_0) sous la forme : « la proportion de personnes présentant des rides est très peu différente de 0,25 mais aussi supérieure à 0,25 »
 Le terme "très peu différente de 0,25 mais aussi supérieure " implique un test unilatéral.

3 HYPOTHÈSE ALTERNATIVE - NATURE DU TEST :

(H_1) : « $p < p_0$ » ; « la proportion de personnes présentant des rides est inférieure à 0,25 » ; mais aussi « le traitement est efficace » et le test est unilatéral.

4 CONDITIONS DE REJET (H_0) AU RISQUE 5% :

☞ Sous l'hypothèse (H_0) la variable aléatoire

$$F \text{ suit la loi normale } N\left(0,25; \sqrt{\frac{0,25 \cdot 0,75}{200}}\right) \text{ équivalent à } T = \frac{F - 0,25}{\sqrt{\frac{0,25 \cdot 0,75}{200}}} \text{ suit la loi normale } N(0; 1)$$

☞ Condition : Si $-1,645 < T$ on accepte (H_0) au risque 5 %

4 MISE EN OEUVRE DU TEST :

☞ Calcul de : $t = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0,2 - 0,25}{\sqrt{\frac{0,25 \cdot 0,75}{200}}} = -1,63$

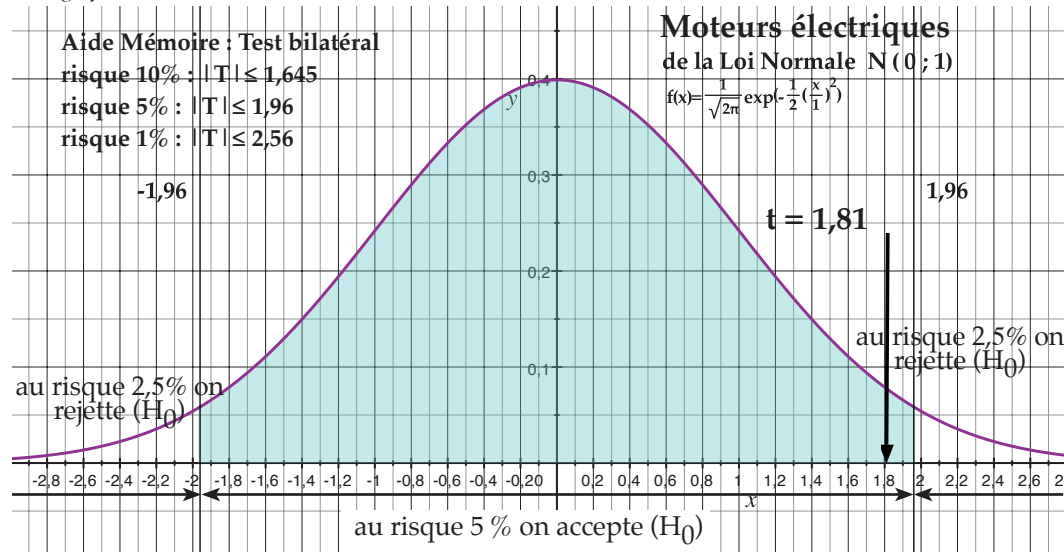
☞ puisque $-1,645 < t$ on accepte (H_0) au risque 5 %

5 DÉCISION : le traitement n'est pas efficace

TESTS D'HYPOTHÈSES - TESTS D'HOMOGÉNÉITÉ D'UNE MOYENNE

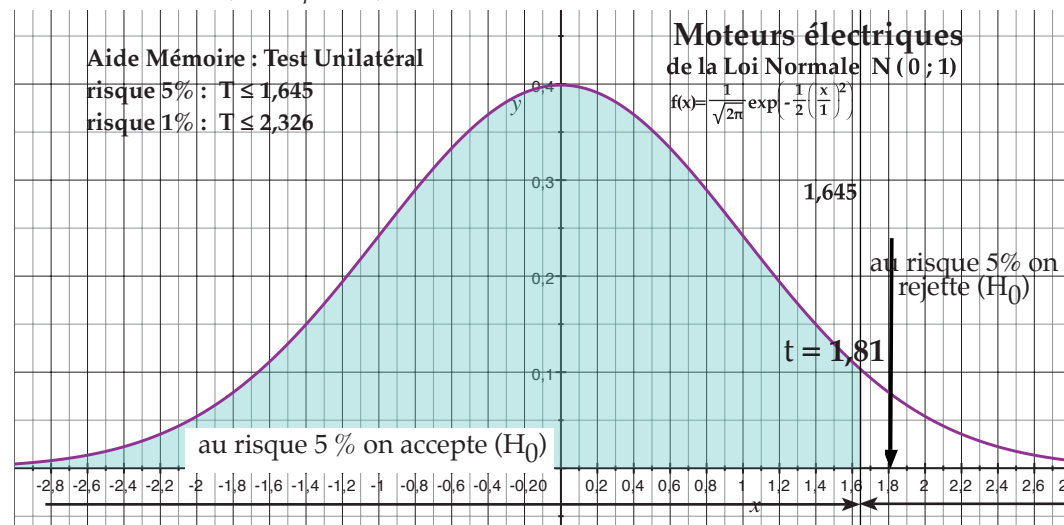
DURÉE DE VIE DES MOTEURS D'UN ASPIRATEUR :

On étudie la durée de vie des moteurs d'aspirateurs de la marque R. Dès la réception de 2 commandes successives, le revendeur effectue un test sur la durée moyenne μ de vie des moteurs. Les résultats sont : pour le premier échantillon de taille $n_A = 75$, $m_A = 4990$ h, $\sigma_A = 150$ h ; pour le second échantillon de taille $n_B = 50$, $m_B = 5050$ h, $\sigma_B = 200$ h. Peut-on, au risque 5 %, affirmer que la différence entre les deux moyennes est significative ?



DURÉE DE VIE DES MOTEURS D'UN ASPIRATEUR :

A la suite d'une modification dans la fabrication des moteurs le fabricant estime que les nouveaux moteurs ont une durée de vie supérieure à celle des anciens. Le revendeur effectue un test sur la durée moyenne μ de vie des moteurs. Les résultats sont : pour le premier échantillon (avant modification) de taille $n_A = 75$, $m_A = 4990$ h, $\sigma_A = 150$ h ; pour le second échantillon de taille $n_B = 50$, $m_B = 5050$ h, $\sigma_B = 200$ h. Peut-on en conclure, au risque 5 %, à l'amélioration de la durée de vie d'un moteur ?



Td n°3 ; BTS 2 BIO & AB ; Année scolaire 2006/2007

CONSTRUCTION DU TEST BILATERAL :

1 LOI D'ÉCHANTILLONNAGE :

2 HYPOTHÈSE À TESTER : (hypothèse nulle)

(H_0) hypothèse nulle : « $\mu = \mu'$ » ; « les moyennes ne sont pas significativement différentes »

Dès que vous formulez cette hypothèse vous devez, en même temps, imaginer

l'hypothèse alternative qui doit être contradictoire ; c'est à dire concevoir (H_0) : « la différence des moyennes est proche de zéro »

Le terme "proche de zéro" implique un test bilatéral.

3 HYPOTHÈSE ALTERNATIVE - NATURE DU TEST :

(H_1) : « $\mu \neq \mu'$ » c'est à dire « les moyennes sont significativement différentes » ;

le test est bilatéral c'est à dire (H_1) : « $\mu < \mu'$ ou $\mu > \mu'$ »

4 CONDITIONS DE REJET (H_0) AU RISQUE 5% :

Sous l'hypothèse (H_0) la variable aléatoire

$$Y = \bar{X}_B - \bar{X}_A \text{ suit la loi normale } N\left(0; \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}\right) \text{ équivalent à } T = \frac{\bar{X}_B - \bar{X}_A}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \text{ suit la loi normale } N(0; 1)$$

Condition : Si $|T| \leq 1,96$ on accepte (H_0) au risque 5 %

4 MISE EN OEUVRE DU TEST :

$$\text{Calcul de : } t = \frac{m_B - m_A}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} = \frac{5050 - 5000}{\sqrt{\frac{150^2}{75} + \frac{200^2}{50}}} \approx 1,81$$

puisque $t < 1,96$ on accepte (H_0) au risque 5 %

5 DÉCISION : les moyennes ne sont pas significativement différentes.

CONSTRUCTION DU TEST UNILATERAL :

1 LOI D'ÉCHANTILLONNAGE :

2 HYPOTHÈSE À TESTER : (hypothèse nulle)

(H_0) hypothèse nulle : « $\mu' = \mu$ » ; « les moyennes ne sont pas significativement différentes »

Dès que vous formulez cette hypothèse vous devez, en même temps, imaginer

l'hypothèse alternative qui doit être contraire ; c'est à dire concevoir (H_0) : « la différence des moyennes est proche de zéro mais aussi inférieure à 0 »

Le terme "proche de zéro mais aussi inférieure à 0" implique un test unilatéral.

3 HYPOTHÈSE ALTERNATIVE - NATURE DU TEST :

(H_1) : « $\mu' > \mu$ » c'est à dire « la moyenne après modification μ' est supérieure à μ » ;

mais aussi « la modification est efficace » le test est unilatéral.

4 CONDITIONS DE REJET (H_0) AU RISQUE 5% :

Sous l'hypothèse (H_0) la variable aléatoire

$$Y = \bar{X}_B - \bar{X}_A \text{ suit la loi normale } N\left(0; \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}\right) \text{ équivalent à } T = \frac{\bar{X}_B - \bar{X}_A}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \text{ suit la loi normale } N(0; 1)$$

Condition : Si $T \leq 1,645$ on accepte (H_0) au risque 5 %

4 MISE EN OEUVRE DU TEST :

$$\text{Calcul de : } t = \frac{m_B - m_A}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} = \frac{5050 - 5000}{\sqrt{\frac{150^2}{75} + \frac{200^2}{50}}} \approx 1,81$$

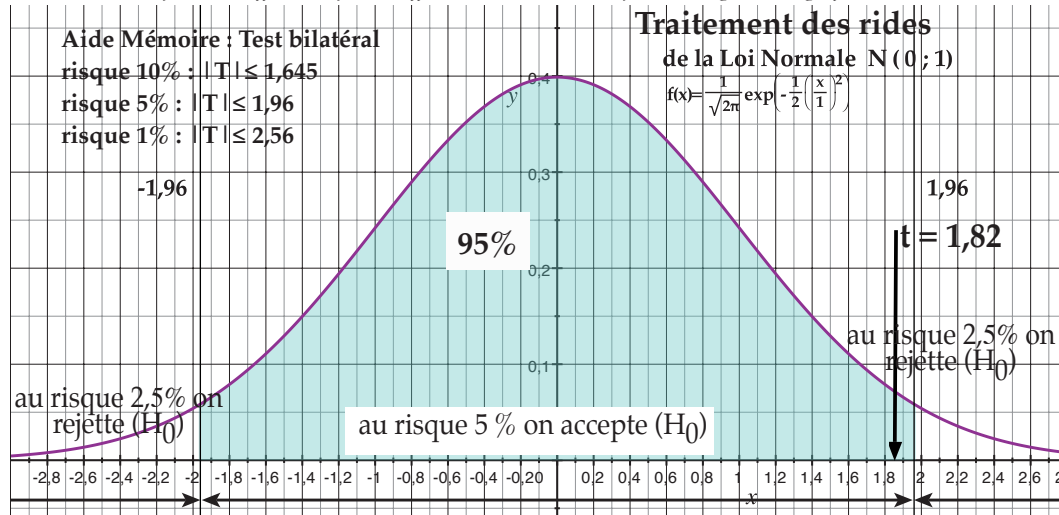
puisque $t > 1,645$ on refuse (H_0) au risque 5 %

5 DÉCISION : la modification a été efficace

TESTS D'HYPOTHÈSES - TESTS D'HOMOGÉNÉITÉ FRÉQUENCE

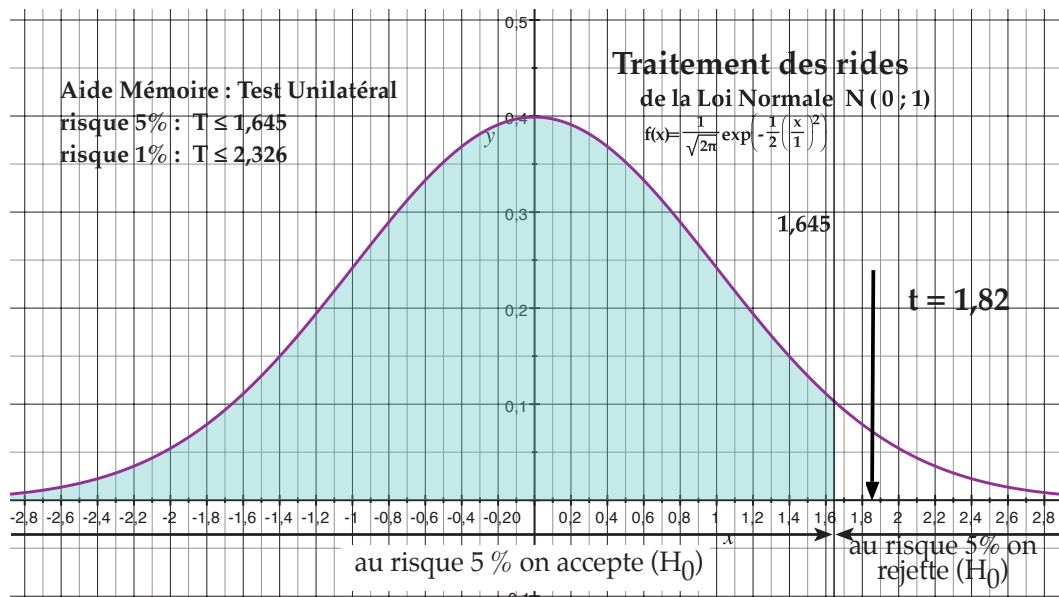
LES RIDES :

On étudie la proportion des individus âgés de 50 ans présentant des rides. Les résultats sont : pour le premier échantillon de taille $n_A = 200$, $f_A = 0,2$; pour le second échantillon de taille $n_B = 300$, $f_B = 0,27$. Peut-on, au risque 5 %, affirmer que la différence entre les deux pourcentages est significative ?



TRAITEMENT DES RIDES :

Dans une population d'individus présentant des rides un test est mis en place sur 2 groupes. Alors que le traitement antirides est appliqué à un groupe A, le groupe B reçoit un placebo. Les résultats sont : pour le premier échantillon de taille $n_A = 200$, $f_A = 0,2$; pour le second échantillon de taille $n_B = 300$, $f_B = 0,27$. Peut-on, au risque 5 %, conclure à l'efficacité du traitement ?



Td n°3 ; BTS 2 BIO & AB ; Année scolaire 2006/2007

CONSTRUCTION DU TEST BILATERAL :

❶ LOI D'ÉCHANTILLONNAGE :

❷ HYPOTHÈSE À TESTER : (hypothèse nulle)

(H_0) hypothèse nulle : « $p = p'$ » « la différence entre les pourcentages de personnes présentant des rides n'est pas significative »

Dès que vous formulez cette hypothèse vous devez, en même temps, imaginer l'hypothèse alternative qui doit être contraire ; c'est à dire concevoir (H_0) : « la différence entre les 2 pourcentages sont proches de zéro »

Le terme "différence proche de zéro" implique un test bilatéral.

❸ HYPOTHÈSE ALTERNATIVE - NATURE DU TEST :

(H_1) : « $p \neq p'$ » c'est à dire « la différence entre les pourcentages de personnes présentant des rides est significative » et le test est bilatéral.

❹ CONDITIONS DE REJET (H_0) AU RISQUE 5% :

☞ Sous l'hypothèse (H_0) la variable aléatoire

$$Y = F_B - F_A \text{ suit } N\left(0; \sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_A}\right)}\right) \text{ équivalent à } T = \frac{F_B - F_A}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_A}\right)}} \text{ suit } N(0; 1)$$

☞ Condition : Si $|T| \leq 1,96$ on accepte (H_0) au risque 5 %

❺ MISE EN OEUVRE DU TEST :

☞ Calcul de : $t = \frac{f_B - f_A}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_A}\right)}} = \frac{0,27 - 0,2}{\sqrt{0,23 \cdot 0,77\left(\frac{1}{300} + \frac{1}{200}\right)}} \approx -1,82$; $p = \frac{0,27 \cdot 300 + 0,2 \cdot 200}{300 + 200} = 0,23$

☞ puisque $|t| \leq 1,96$ on accepte (H_0) au risque 5 %

❻ DÉCISION : la différence entre les proportions n'est pas significative

CONSTRUCTION DU TEST UNILATERAL :

❶ LOI D'ÉCHANTILLONNAGE :

❷ HYPOTHÈSE À TESTER : (hypothèse nulle)

(H_0) hypothèse nulle : « $p' = p$ » c'est à dire « la différence entre les pourcentages de personnes présentant des rides n'est pas significative » mais aussi « le traitement n'est pas efficace »

Dès que vous formulez cette hypothèse vous devez, en même temps, imaginer l'hypothèse alternative qui doit lui être contraire ; c'est à dire concevoir (H_0) sous la forme : « la différence entre les personnes présentant des rides est très peu différente 0 mais aussi inférieure à 0 »

Le terme "très peu différente 0 mais aussi inférieure à 0" implique un test unilatéral.

❸ HYPOTHÈSE ALTERNATIVE - NATURE DU TEST :

(H_1) : « $p' > p$ » ; « la différence entre les pourcentages sans traitement et avec traitement est positive » ; mais aussi « le traitement est efficace » et le test est unilatéral.

❹ CONDITIONS DE REJET (H_0) AU RISQUE 5% :

☞ Sous l'hypothèse (H_0) la variable aléatoire

$$Y = F_B - F_A \text{ suit } N\left(0; \sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_A}\right)}\right) \text{ équivalent à } T = \frac{F_B - F_A}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_A}\right)}} \text{ suit } N(0; 1)$$

☞ Condition : Si $T \leq 1,645$ on accepte (H_0) au risque 5 %

❺ MISE EN OEUVRE DU TEST :

☞ Calcul de : $t = \frac{f_B - f_A}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_A}\right)}} = \frac{0,27 - 0,2}{\sqrt{0,23 \cdot 0,77\left(\frac{1}{300} + \frac{1}{200}\right)}} \approx -1,82$; $p = \frac{0,27 \cdot 300 + 0,2 \cdot 200}{300 + 200} = 0,23$

☞ puisque $t > 1,645$ on rejette (H_0) au risque 5 %

❻ DÉCISION : le traitement est efficace.