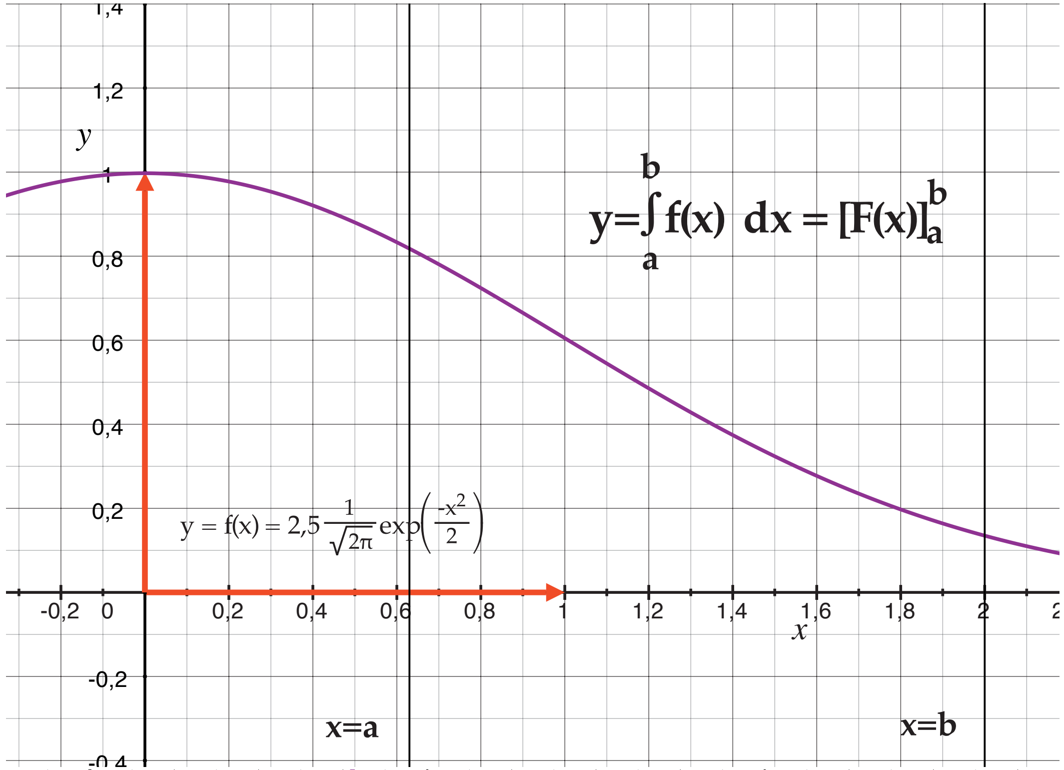
Calcul intégral

Ch n°7 page 195-226 ;
T ES2
Année scolaire 2006/2007

Primitives ; Intégrales
Le 8 Novembre 2006



I – Aires :

☞ Une fonction étant définie – par son expression f(x) – continue, positive sur l'intervalle [a, b], l'aire A de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe d'équation y = f(x), par les deux droites verticales d'équation x=a et x=b est notée :

$$A = \int_a^b f(x)dx \text{ en unités d'aire}$$

La définition tient compte des échelles adoptées sur l'axe des abscisses et des ordonnées.

II – Primitive d'une fonction :

☞ Une fonction f définie et continue sur [a, b] admet au moins une primitive généralement notée F sur [a, b] :

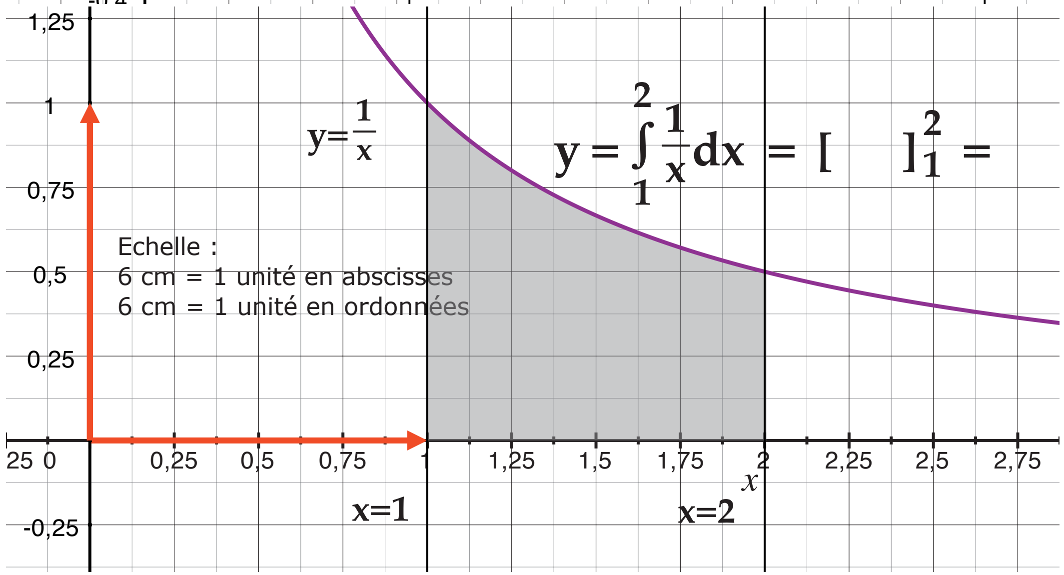
En fait pour tout x de [a, b] : F'(x) = f(x) donc f est la dérivée de F.

La recherche de la primitive se fait par l'opération inverse de la dérivation.

III – «Intégrale de a à b de f(t) dt» :

☞ Par convention cette formule se lit :

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$



IV – Notations et abus de notation :

☞ Par définition :

Manière d'écrire que la fonction f admet pour primitive F

$$\int_a^x f(t)dt = [F(t)]_a^x = F(x) - F(a)$$

☞ Par abus de notation, mais par convention on écrit :

$$\int f(t)dt = F(x) + k$$

IV – VALEUR MOYENNE D'UNE FONCTION SUR L'INTERVALLE [a,b]:

☞ Par définition :

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = \frac{F(b)-F(a)}{b-a}$$