

FONCTION LOGARITHME- STATISTIQUES

Devoir n°3 ; TES 2 ; Ch 4 & 8
Année scolaire 2006/2007
Le 29 Janvier 2007

EXERCICE 1 (points)

Soit la fonction définie sur $[0 ; +\infty [$ par l'expression :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} - \ln x$$

On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$; unité 2 cm.

PARTIE A :

- ❶ – Etudier la limite de f en 0 ; interpréter graphiquement ce résultat ;
- ❷ – Etudier la limite de f en $+\infty$;

Il est rappelé que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

- ❸ – Etudier les variations de f : calcul de la dérivée, signe de la dérivée, tableau de variations .

Justifier que $f(x) \geq 1/2$ sur $[0 ; +\infty [$

- ❹ – Tracer (C) la courbe représentative de la fonction f dans le repère défini ci-dessus.

PARTIE B : Calcul d'aire

Soit (Z) la partie du plan délimitée par la courbe (C) et les droites d'équation :

$$y = \frac{1}{2} ; x = 1 \text{ et } x = 3$$

- ❶ – Exprimer à l'aide d'une intégrale (que l'on essaiera pas de calculer dans cette question) l'aire A_Z , en unités d'aire, de la partie (Z) du plan ;
- ❷ – Soit la fonction $g(x) = x \ln x - x$ définie sur $[0 ; +\infty [$, calculer $g'(x)$.
- ❸ – En déduire la valeur exacte de l'aire A_Z , en unités d'aire.

EXERCICE 2 (points)

Les relevés de l'intensité du travail fourni (x_i) exprimée en KJ par minute et de la fréquence cardiaque (y_i) exprimée en nombre de battements par minute d'une personne au cours d'un test à l'effort ,

Intensité du travail en KJ (x_i)	9,6	12,8	18,4	31,2	36,8	47,2	49,6	56,8
Fréquence cardiaque en battements	70	86	90	104	120	128	144	154

1°) Nuage de points :

Représentez dans un repère orthogonal les points $M_i (x_i, y_i)$.

Sur l'axe des ordonnées , origine du repère en 50, on prendra 1 cm pour 10 battements.

Sur l'axe des abscisses, origine du repère en 5, on prendra 1 cm pour 5 KJ / min.

2°) Point moyen :

- a) Calculer la moyenne et l'écart-type de la série x_i ;
- b) Calculer la moyenne et l'écart-type de la série y_i ;
- c) Placer dans le repère le point moyen du nuage de points : $G(x, y)$

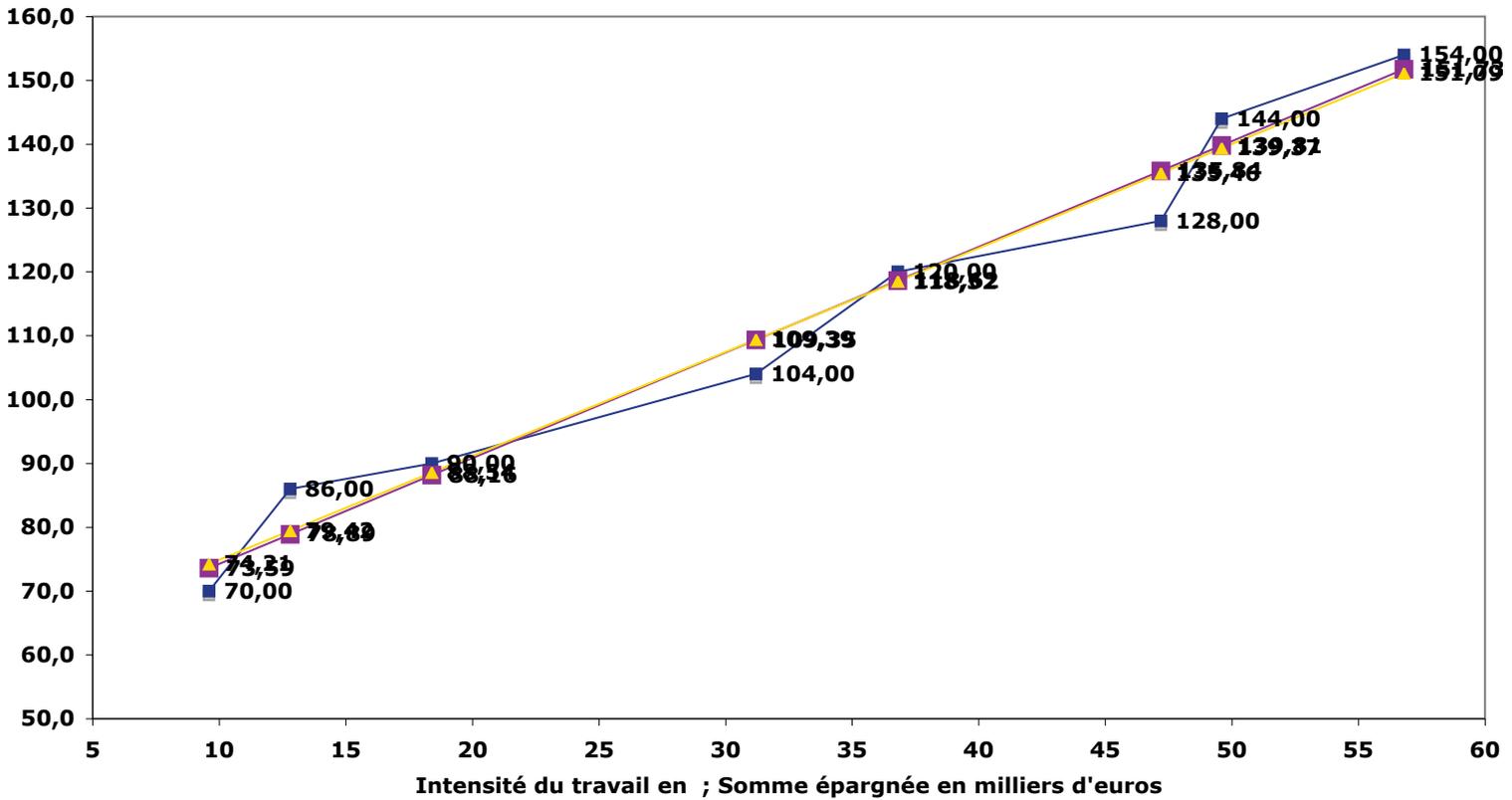
3°) Ajustement linéaire :

- a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y ; ;
- b) Le nuage de points permet-il un ajustement par une droite ;
- c) Calculer une équation de la droite d'ajustement par la méthode ds moindres carrés : droite de régression de y en x .
- d) A l'aide de cette équation exprimer la fréquence cardiaque lorsque le travail fourni est de 65 KJ / min .

FONCTION LOGARITHME- STATISTIQUES

Devoir n°3 ; TES 2 ; Ch 4 & 8
Année scolaire 2006/2007
Le 29 Janvier 2007

Intensité du travail ; Fréquence cardiaque



TES2Devoir n°3

Ex n°2

Fréq. Batt. yi	Intens. Travail xi	Fréq. Batt. yi	xi*xi	yi*yi	xi*yi
70,0	9,6	70,0	92,2	4900,0	672,0
86,0	12,8	86,0	163,8	7396,0	1100,8
90,0	18,4	90,0	338,6	8100,0	1656,0
104,0	31,2	104,0	973,4	10816,0	3244,8
120,0	36,8	120,0	1354,2	14400,0	4416,0
128,0	47,2	128,0	2227,8	16384,0	6041,6
144,0	49,6	144,0	2460,2	20736,0	7142,4
154,0	56,8	154,0	3226,2	23716,0	8747,2
Total	262,4	896,0	1354,6	13306,0	4127,6
Moyenne :	32,8	112,0	278,7	762,0	454,0
Ecart-type :			16,7	27,6	

Intens. Travail xi	Fréq. Batt. yi	xi-xbar	yi-ybar	(xi-xbar)(yi-ybar)	(xi-xbar)^2	(yi-ybar)^2
9,6	70,0	-23,2	-42,0	538,2	1764,0	974,4
12,8	86,0	-20,0	-26,0	400,0	676,0	520
18,4	90,0	-14,4	-22,0	207,4	484,0	316,8
31,2	104,0	-1,6	-8,0	2,6	64,0	12,8
36,8	120,0	4,0	8,0	16,0	64,0	32
47,2	128,0	14,4	16,0	207,4	256,0	230,4
49,6	144,0	16,8	32,0	282,2	1024,0	537,6
56,8	154,0	24,0	42,0	576,0	1764,0	1008
Total		278,7	762,0	454,0		

Droite de régression de y en x : $y = ax + b$ $r = 0,9851$ Méthode des moindres carrés
 a = 1,629 b = 58,573

La calculatrice nous donne	Conclusion
Le coefficient de régression $r \approx 0,9851$ donc $ r \approx 1$	L'ajustement linéaire par la méthode dite des moindres carrés est justifiée
$\bar{x} \approx 32,8$; $\bar{y} \approx 112$: les coordonnées du point moyen G sont (32,8 ; 112)	La droite d'ajustement affine passe par le point G
$a \approx 1,63$; $b \approx 58,5$	L'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés a pour équation $y = 1,63x + 58,5$

FONCTION LOGARITHME- STATISTIQUES

Devoir n°3 ; TES 2 ; Ch 4 & 8
Année scolaire 2006/2007
Le 29 Janvier 2007

