Suites numériques

Ch n°9 ; 1 ES 1
Année scolaire 2006/2007

SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES
Le Lundi 07 Mai 2007

Une population d'insectes passe en une semaine de 1 000 à 1 200 individus. On veut faire des prévisions sur 10 semaines .

Deux biologistes Lina et Expona proposent des solutions différentes :

Le biologiste Lina estime que la croissance est linéaire (augmentation constante du nombre d'individus par semaine).

1°) Calculer la population au bout de 2, 3 semaines.

2°) Ecrire la formule donnant $\mathbf{V_n}$ la taille de la population, en fonction de n le temps exprimé en semaines (préciser la période, $\mathbf{V_0}$ la taille de la population au départ, la taille de la population au bout de n semaines).

3°) Calculer la population au bout de 8 semaines.

4°) Ecrire la formule donnant y la taille de la population, en fonction de x le temps exprimé en jours (1 jour = 1/7 de semaine) .

5°) Calculer la population au bout de 30 jours.

6°) Donner une valeur approchée de temps au bout duquel la population aura atteint la taille de 1 900 individus.

Le biologiste Expona estime que la croissance est exponentielle (augmentation en pourcentage constante du nombre d'individus par semaine).

7°) Calculer la population au bout de 2, 3 semaines.

8°) Ecrire la formule donnant $\mathbf{V_n}$ la taille de la population, en fonction de n le temps exprimé en semaines (préciser la période, $\mathbf{V_0}$ la taille de la population au départ, la taille de la population au bout de n semaines et le coefficient multiplicateur).

9°) Calculer la population au bout de 8 semaines.

10°) Ecrire la formule donnant y la taille de la population, en fonction de x le temps exprimé en jours (1 jour = 1/7 de semaine) .

11°) Calculer la population au bout de 30 jours.

12°) Donner une valeur approchée de temps au bout duquel la population aura atteint la taille de 2 986 individus.

13°) Représenter ces deux prévisions sur le même graphique, dans le repère ci-joint. Faire un tableau donnant la taille des populations de 1 à 10 semaines dans les 2 cas.

RECHERCHE DE L'EXPRESSION DU TERME GÉNÉRAL D'UNE SUITE

Exercice n°1 :

Etude des suites de nombres :

$A = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \dots \}$

$B = \{ 5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25 ; \dots \}$

$C = \{ -1 ; -3 ; -5 ; -7 ; -9 ; \dots \}$

$D = \{ 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; \dots \}$

$E = \left\{ 1 ; -\frac{1}{2} ; \frac{1}{4} ; -\frac{1}{8} ; \frac{1}{16} ; \dots \right\}$

$F = \{ 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; \dots \}$

$G = \{ 4 ; 7 ; 10 ; \dots \}$

$H = \{ 20 ; 16 ; 12 ; \dots \}$

$I = \{ 2 ; 6 ; 18 ; \dots \}$

$J = \{ 81 ; -27 ; 9 ; \dots \}$

$K = \{ 400 ; 300 ; 225 ; \dots \}$

$L = \{ 15 ; 50 ; 85 ; \dots \}$

Pour chaque suite recherchez le terme suivant de la suite de nombres.

Exercice n°2 :

Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = -6$ et pour raison 4.

Calculer u_7 , u_{12} , u_{20} , S_8 , S_{12} .

Exercice n°3 :

Déterminer la raison d'une suite arithmétique (u_n) sachant que $u_0 = 2$ et $u_{13} = 67$.

Exercice n°4 :

Déterminer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique (u_n) sachant que $u_6 = 7$ et $u_{12} = 37$.

Exercice n°5 :

Calculer $A = 3+7+11+15+ \dots +115+119$

Exercice n°6 :

Déterminer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique (u_n) sachant que $u_6 = 7$ et $u_{12} = 37$.

Suites géométriques :

Exercice n°7 :

Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = -9$ et pour raison 1/3.

Calculer u_4 , u_6 , S_5 .

Exercice n°8 :

Déterminer la raison et le premier terme d'une suite géométrique (u_n) sachant que $u_{10} = 8$ et $u_7 = -1$.

I – Suites numériques :

Exercice n°1 :

Pour chacune de ces suites A et B, recherchez le terme suivant de la suite des nombres A = (4 ; 7 ; 10 ; …) et B = (2 ; 6 ; 18 ; …).

Exercice n°2 :

Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = -6$ et pour raison 4.
Calculer u_7 , u_{12} , u_{20} , S_8 , S_{12} .

Exercice n°3 :

Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = -9$ et pour raison 1/3.
Calculer u_4 , u_6 , S_5 .

II – Variation exprimée en pourcentage :

Exercice n°4 :

De 1940 à 1985, la population du Mexique est passée de 19,4 millions d'habitants à 79,7 millions. Calculer l'augmentation puis le pourcentage d'augmentation.

(Une variation en pourcentage s'exprime toujours par rapport à l'ancienne valeur).

Exercice n°5 :

De 1980 à 1985, le nombre des blessés, en France, est passé de 339 632 en 1980 à 270 799 en 1985. Calculer le taux de diminution à 0,1 % près.

III – Coefficient multiplicateur :

Le coefficient multiplicateur est le nombre qui multiplié à l'ancienne valeur , donne la nouvelle valeur.

Exercice n°6 :

Calculer les coefficients multiplicateurs dans le cas des exercices 4 et 5.

Lorsque l'on connaît le pourcentage de variation, le coefficient multiplicateur est :

$CM = 1 + \frac{a}{100}$ pour une augmentation de a % ; si a=7 alors $CM = 1 + \frac{7}{100} = 1{,}07$

$CM = 1 - \frac{d}{100}$ pour une diminution de d % ; si d=10 alors $CM = 1 + \frac{10}{100} = 0{,}90$

IV – Augmentations, diminutions successives :

Exercice n°7 :

Une population d'insectes augmente chaque mois de 10% .Calculer le coefficient multiplicateur correspondant pour 4 mois. (Exprimer ce coefficient à l'aide d'une puissance). En déduire l'augmentation en pourcentage.

(Pour des augmentations ou des diminutions successives, les coefficients multiplicateurs correspondants se multiplient).

VI – Croissance exponentielle et fonction exponentielle :

Tout phénomène quantifiable, qui subit une hausse (une baisse) s'exprimant

Vocabulaire	C.M.	Variation
doubler		%
augmenter de moitié		%
diminuer de moitié		%
quadrupler		%
décimer		%
décupler		%
diminuer du cinquième		%
augmenter des 3 quarts		%

en pourcentage constant ou à l'aide d'un coefficient multiplicateur constant, est un phénomène exponentiel croissant(ou décroissant).

Exercice n°8 :

Une population de 500 individus augmente de 10 % tous les jours.

1°) Exprimer cette augmentation à l'aide d'un coefficient multiplicateur.

2°) Calculer ce coefficient multiplicateur pour 5, 10 , 15 , 20 , 25 , 30 , 35 jours et en déduire la taille de la population au bout de 5, 10 , 15 , 20 , 25 , 30 , 35 jours. (présenter les résultats dans un tableau).

3°) Ecrire la formule donnant y, la taille de la population, en fonction de x le temps exprimé en jours.

4°) A l'aide d'un graphique, lire à partir de quel jour la population a décuplé, a été multiplié par 20.

Exercice n°9 :

Durant une sécheresse., le volume d'eau d'un étang diminue du quart toutes les semaines. L'étang contenait au départ 4 000 m^3 d'eau.

1°) Quel est le volume d'eau au bout de 3 semaines ?

2°)`Quel est le volume d'eau au bout de 10 semaines (1 jour = 1/7 de semaine) ?

3°) Déterminer la fonction donnant y le volume d'eau de l'étang en fonction de x le temps, exprimé en semaines.

4°) A l'aide d'un graphique, lire à partir de combien de jours le volume d'eau a diminué de moitié.

5°) Calculer le pourcentage de diminution au bout de 10 jours au dixième près.

Formule générale de la (dé)croissance exponentielle :

$V_n = V_0 (CM)^n$

V_n valeur obtenue au bout de n périodes ,V_0 valeur de départ
CM coefficient multiplicateur