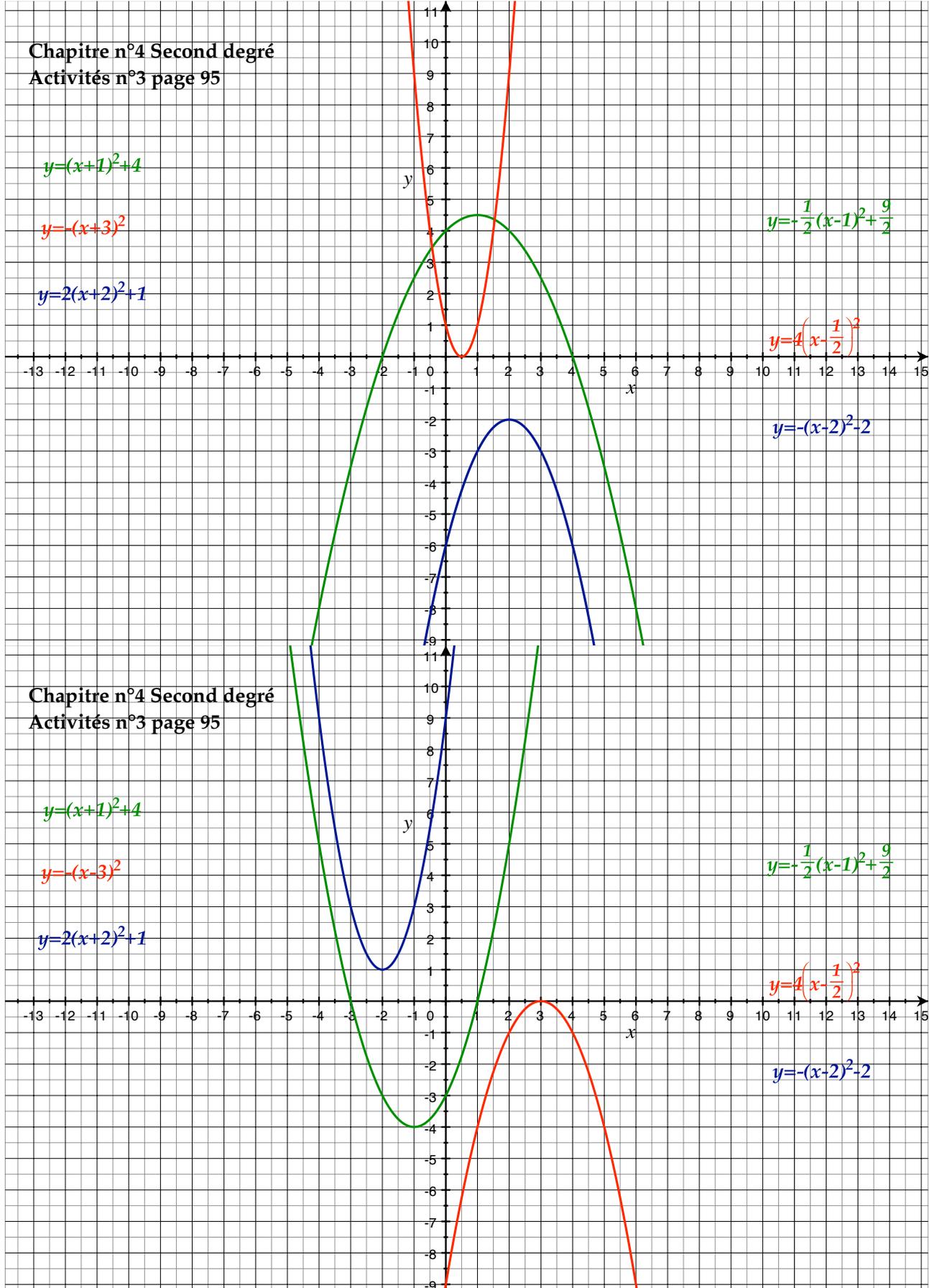
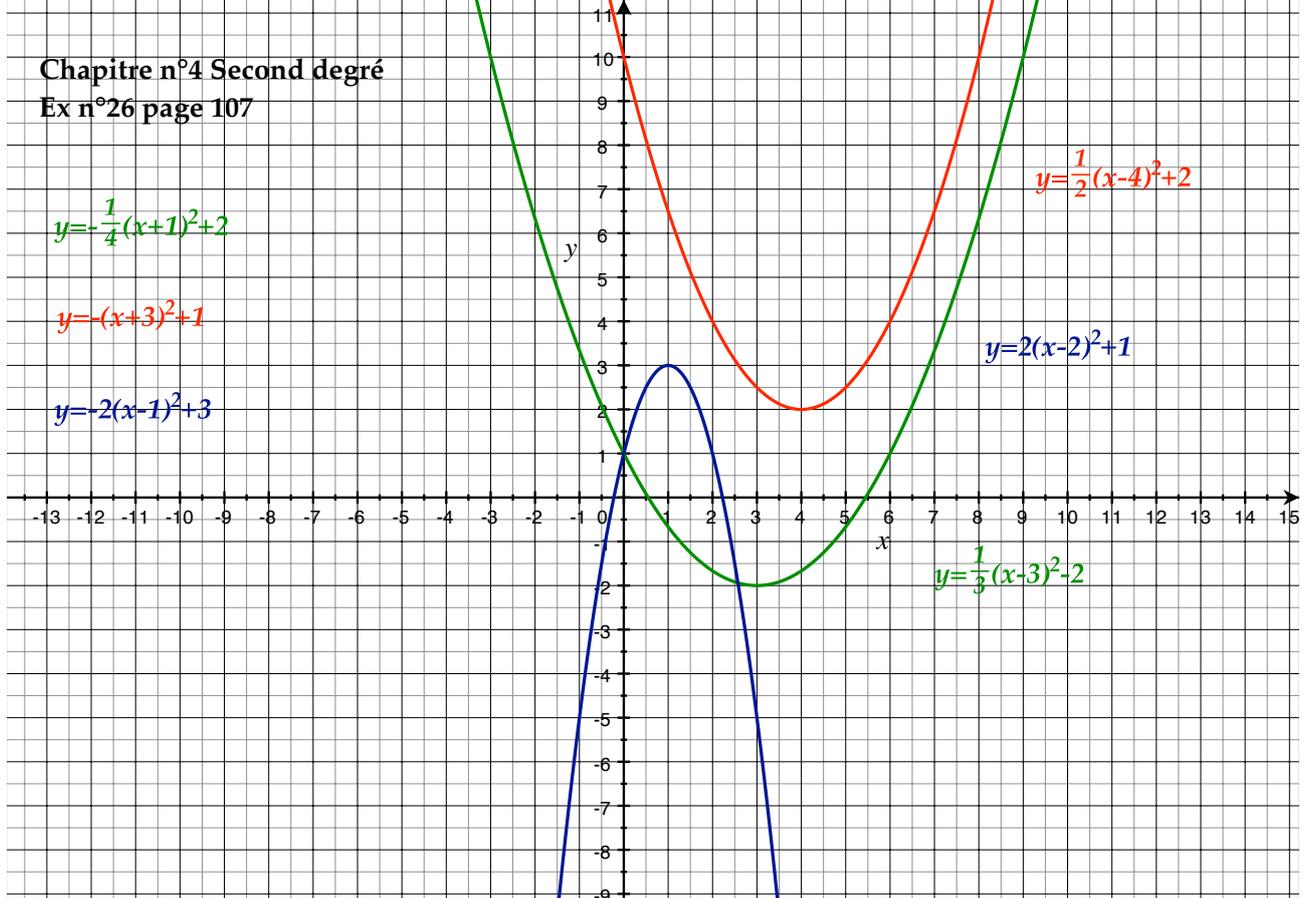
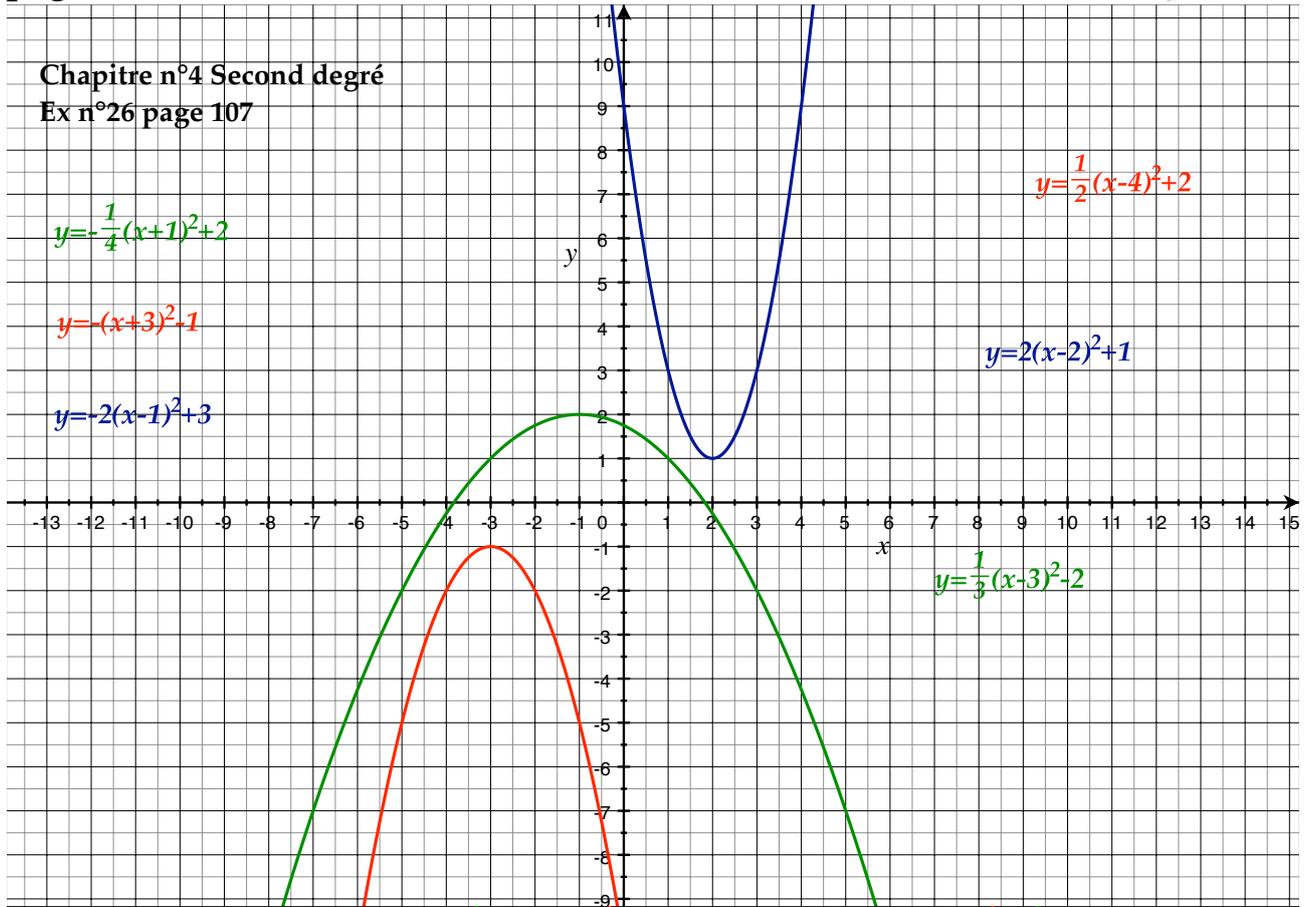


Première ES1 - Année Scolaire 2006-2007
 Chapitre n°4 : Polynômes du Second Degré
 page 93 - 114



SOME RIGHTS RESERVED



Pour les exercices 36 à 41, résolvez de même les équations suivantes.

36 $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$.

Aide : L'équation a deux solutions.

37 $3x^4 + 7x^2 + 2 = 0$.

Aide : L'équation n'a pas de solutions.

38 $3x^4 - 12x^2 = 0$.

Aide : L'équation a trois solutions.

★ **39** $\frac{1}{2} - 4x^4 - x^2 = 0$.

★ **40** $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$.

★ **41** $4x^4 - 3x^2 + 12 = 0$.

Deux méthodes de résolution

Pour les exercices 42 à 46, résolvez chaque équation de deux façons :

- en factorisant le premier membre ;
- en développant et en utilisant les formules de résolution.

42 $4x^2 - (x-2)^2 = 0$. ★ **43** $x(3-x) + 6 - 2x = 0$.

44 $(x+3) - (x-1)(x+3) = 0$.

★ **45** $50 - 2(2-3x)^2 = 0$.

★ **46** $x^2 - x - 3(x-1) = 0$.

Inconnue au dénominateur

Pour les exercices 47 à 52, résolvez l'équation proposée. Vous pouvez vous reporter, si besoin, au TD1, page 129.

47 $\frac{7x^2 - 3x - 34}{x-1} = 0$. **48** $\frac{-x^2 + 5x + 6}{2x+1} = 0$.

49 $5x + 9 - \frac{2}{x} = 0$.

Aide : Commencez par réduire au même dénominateur.

50 $-\frac{1}{x} + \frac{2}{x+3} = 2$.

Aide : Commencez par réduire au même dénominateur.

★ **51** $\frac{-x^2 + 5x - 6}{x+1} = 0$.

★ **52** $\frac{2}{x+3} + \frac{1}{x^2+3x} = \frac{1}{2}$.

Inéquations du second degré

Pour les exercices 53 à 62, résolvez l'inéquation.

53 $x^2 - x + 1 \geq 0$.

54 $4x^2 - x + 1 < 0$.

55 $-3x^2 + 15 < 0$.

56 $-5x^2 + 4x + 1 \geq 0$.

57 $3x^2 - 4x + \frac{4}{3} < 0$.

58 $30x^2 < 0,2 - x$.

59 $x^2 < x\sqrt{2} + \frac{1}{2}$.

60 $2x < x^2 - 1$.

★ **61** $(1-x)^2 < -x^2$.

★ **62** $(2-3x)^2 \leq (1-x)^2$.

Tableau de signes

63 Un exemple guidé

On pose $f(x) = (x^2 + x - 6)(x + 1)$.

1. Expliquez pourquoi le signe de $f(x)$ est indiqué dans le tableau ci-dessous.

x	-3	-1	2	
$x^2 + x - 6$	+	0	-	-
$x + 1$	-	-	0	+
$f(x)$	-	0	+	0

2. Déduisez de ce tableau l'ensemble des solutions de l'inéquation $(x^2 + x - 6)(x + 1) < 0$.

Pour les exercices 64 à 67, résolvez chacune des inéquations en faisant un tableau de signes.

64 $(-6x^2 - x + 2)(x + 2) \geq 0$.

65 $(2-x)(x^2 + 3x - 4) < 0$.

66 $(x + 10)(-3x^2 + 5x - 4) > 0$.

Première ES1 - Année Scolaire 2006-2007

Chapitre n°4 : Polynômes du Second Degré

page 93 - 114

★ **67** Résolvez l'inéquation $\frac{x^2+7}{x+1} > 4$ en remarquant

qu'elle équivaut à $\frac{x^2+7}{x+1} - 4 > 0$, c'est-à-dire :

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{x+1} > 0.$$

Commentaire : Pour résoudre cette inéquation, il est tentant de multiplier les deux membres par $x+1$, et de remplacer alors l'inéquation proposée par $x^2+7 > 4(x+1)$. Mais il ne faut pas le faire, car la multiplication par $x+1$ change le sens de l'inégalité lorsque $x+1$ est négatif.

68 Exercice commenté

On considère l'inéquation $\frac{2}{x} < x-1$ (E).

On se propose de résoudre cette inéquation de deux manières.

1. Méthode algébrique

Démontrez que l'inéquation $\frac{2}{x} < x-1$ peut s'écrire sous la forme $\frac{x^2-x-2}{x} > 0$ et résolvez cette inéquation (E) en utilisant un tableau de signes.

2. Méthode graphique

a) Résolvez l'équation $\frac{2}{x} = x-1$.

b) Dans un même repère orthonormal, tracez la droite d d'équation $y = x-1$ et l'hyperbole \mathcal{H} d'équation $y = \frac{2}{x}$.

Utilisez les résultats de la question a) pour déterminer les coordonnées des points communs à d et à \mathcal{H} .

c) Utilisez le graphique pour retrouver l'ensemble des solutions de l'inéquation (E).

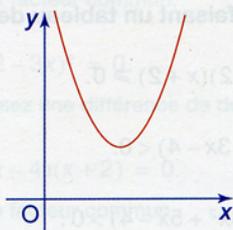
Lectures graphiques

69 Un exemple guidé

La parabole \mathcal{P} dessinée ci-dessous représente l'une des quatre fonctions suivantes :

$$f_1 : x \mapsto x^2 - 4x + 4 ; f_2 : x \mapsto -2x^2 + x + 5 ;$$

$$f_3 : x \mapsto x^2 - 4x + 5 ; f_4 : x \mapsto -x^2 - 4x + 5.$$



Pour trouver de quelle fonction il s'agit, voici une démarche possible.

1. La parabole \mathcal{P} est tournée vers le haut. Que peut-on en déduire ?
2. Quelle constatation graphique permet d'affirmer que $\Delta < 0$?
3. Parmi les quatre fonctions données, laquelle est représentée par la parabole \mathcal{P} ?

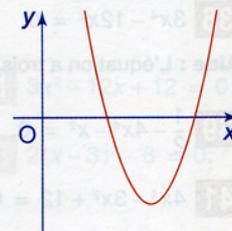
★ **70** On considère les trois fonctions :

$$f_1 : x \mapsto 5x^2 + 3x + 2 ;$$

$$f_2 : x \mapsto -2x^2 + 3x + 1 ;$$

$$f_3 : x \mapsto x^2 - 7x + 10.$$

Parmi ces trois fonctions, laquelle est représentée par la parabole ci-contre ?



★ **71** On considère les cinq fonctions :

$$f_1 : x \mapsto -2x^2 + 2x + 1 ;$$

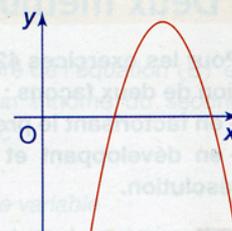
$$f_2 : x \mapsto -10x^2 + 14x - 4 ;$$

$$f_3 : x \mapsto -x^2 + 2x - 1 ;$$

$$f_4 : x \mapsto -x^2 + 5x ;$$

$$f_5 : x \mapsto x^2 + 5.$$

Parmi ces cinq fonctions, laquelle est représentée par la parabole ci-contre ?



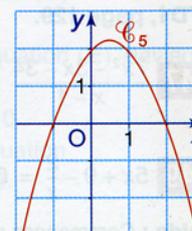
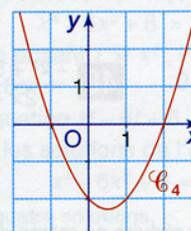
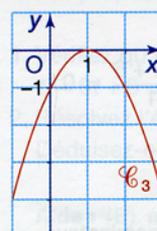
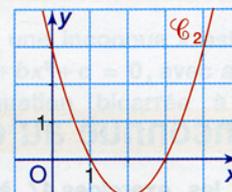
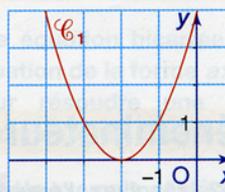
72 Chacune des courbes $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4$ et \mathcal{C}_5 ci-dessous représente l'une des fonctions suivantes :

$$f_1 : x \mapsto x^2 - x - 2 ; f_2 : x \mapsto x^2 - 4x + 3 ;$$

$$f_3 : x \mapsto -x^2 + x + 2 ; f_4 : x \mapsto -x^2 + 2x - 1 ;$$

$$f_5 : x \mapsto x^2 + 4x + 4.$$

Indiquez pour chaque courbe la fonction associée.



Première ES1 - Année Scolaire 2006-2007
 Chapitre n°4 : Polynômes du Second Degré
 page 93 - 114

80 ★ Coût total et coût moyen

Une entreprise produit (et vend) des vélos de course. Sa production quotidienne est entre 10 et 110 vélos, compte tenu de la chaîne de production.

Le coût total de fabrication est :

$$C(q) = q^2 - 10q + 1\,800,$$

exprimé en euros.

Chaque vélo fabriqué est vendu 100 €.

1° a) Étudier le sens de variation de la fonction coût total.

b) Représenter cette fonction dans un repère orthogonal d'origine O de coordonnées $(0; 0)$, pour $q \in [10; 70]$ seulement.

2° a) Rappeler ce que représente la pente de la droite (OM) , où M est un point de la courbe de coût total.

b) Calculer le coût moyen de fabrication de 10 vélos, puis de 60 vélos.

c) Par lecture graphique, donner le sens de variation de la fonction de coût moyen telle que :

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q}.$$

3° a) Montrer que la fonction bénéfice est donnée par :

$$B(q) = -q^2 + 110q - 1\,800.$$

b) Déterminer la quantité q_0 qui permet un bénéfice maximal et donner la valeur de ce maximum.

Placer le point correspondant sur la courbe de coût total.

c) Déterminer le nombre minimal et le nombre maximal de vélos à produire, et à vendre, afin d'assurer un profit à cette entreprise (bénéfice positif ou nul).

81 La fonction de demande d'un objet sur le marché est donnée par :

$$f(x) = \frac{10}{x+1}$$

où x est la quantité d'objets demandée chaque jour par les consommateurs (en centaines d'objets) et $f(x)$ le prix de cet objet sur le marché (exprimé en centaine d'euros).

La fonction d'offre de ce même objet est donnée par :

$$g(x) = 0,05(x^2 + 12x + 30).$$

1° a) Donner le tableau des variations de f sur $[0; +\infty[$.

b) Tracer la courbe \mathcal{C}_f , représentation graphique de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ bien choisi.

2° a) Montrer que, pour tout réel x positif :

$$g(x) = 0,05(x+6)^2 - 0,3$$

b) En déduire les variations de g sur $[0; +\infty[$.

c) Tracer la courbe \mathcal{C}_g de la fonction g dans le même repère que précédemment.

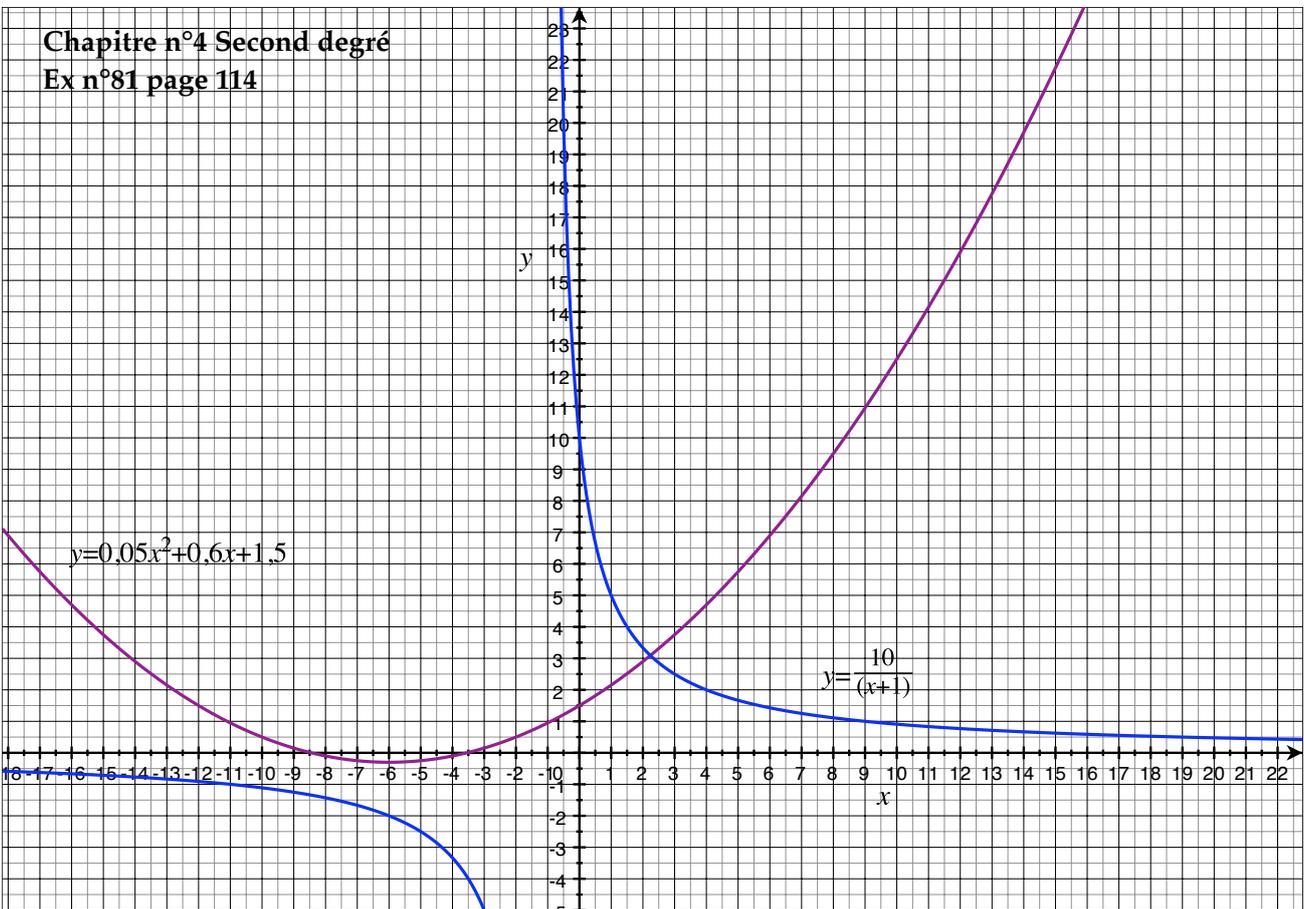
3° Par la lecture graphique, donner le prix d'équilibre p à la dizaine d'euros près.

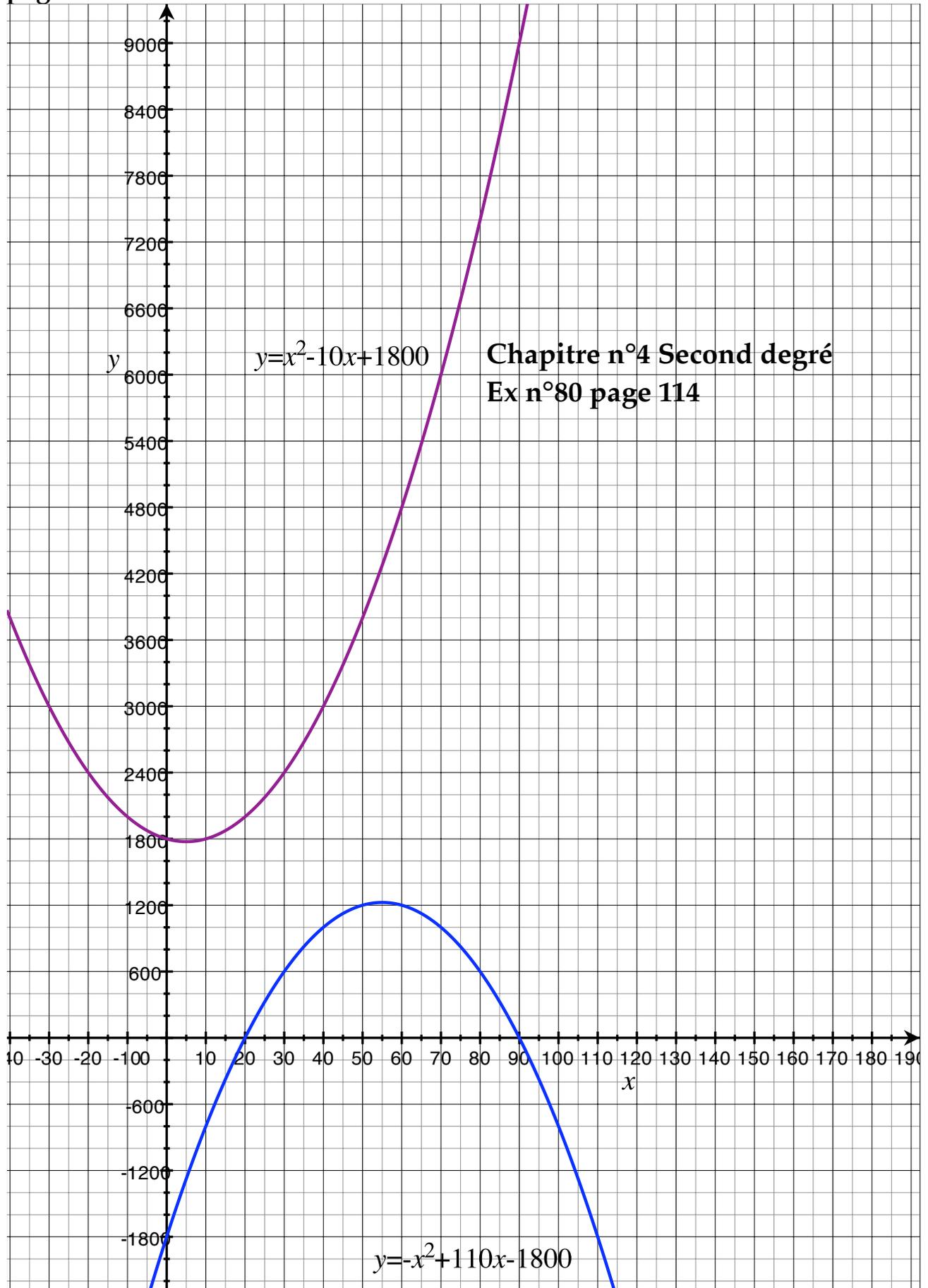
4° On suppose que la fonction d'offre reste inchangée, mais que la quantité demandée par les consommateurs augmente de 50 objets par jour et ce quel que soit le prix.

a) Exprimer la nouvelle fonction de demande f_1 en fonction de f .

b) En déduire la courbe représentative de f_1 dans le repère précédent.

c) Déterminer alors graphiquement le nouveau prix d'équilibre (à une dizaine d'euros près).





Première ES1 - Année Scolaire 2006-2007
Chapitre n°4 : Polynômes du Second Degré
page 93 - 114

Fait à Nantes le dimanche 4 février 2007 08:35:42