Exercice n°1 : Systèmes d'inéquations

On se donne un repère orthonormal (O ; I ; J) OI = 1 cm , OJ = 1 cm .

1°) Tracer les 3 droites d'équations :

☞ **(D_1) : $x + 4y - 6 = 0$**
☞ **(D_2) : $2x - y + 3 = 0$**
☞ **(D_3) : $2x + y - 9 = 0$**

2°) Chacune de ces droites partagent le plan en deux demi-plans, la droite étant incluse dans ce demi-plan :

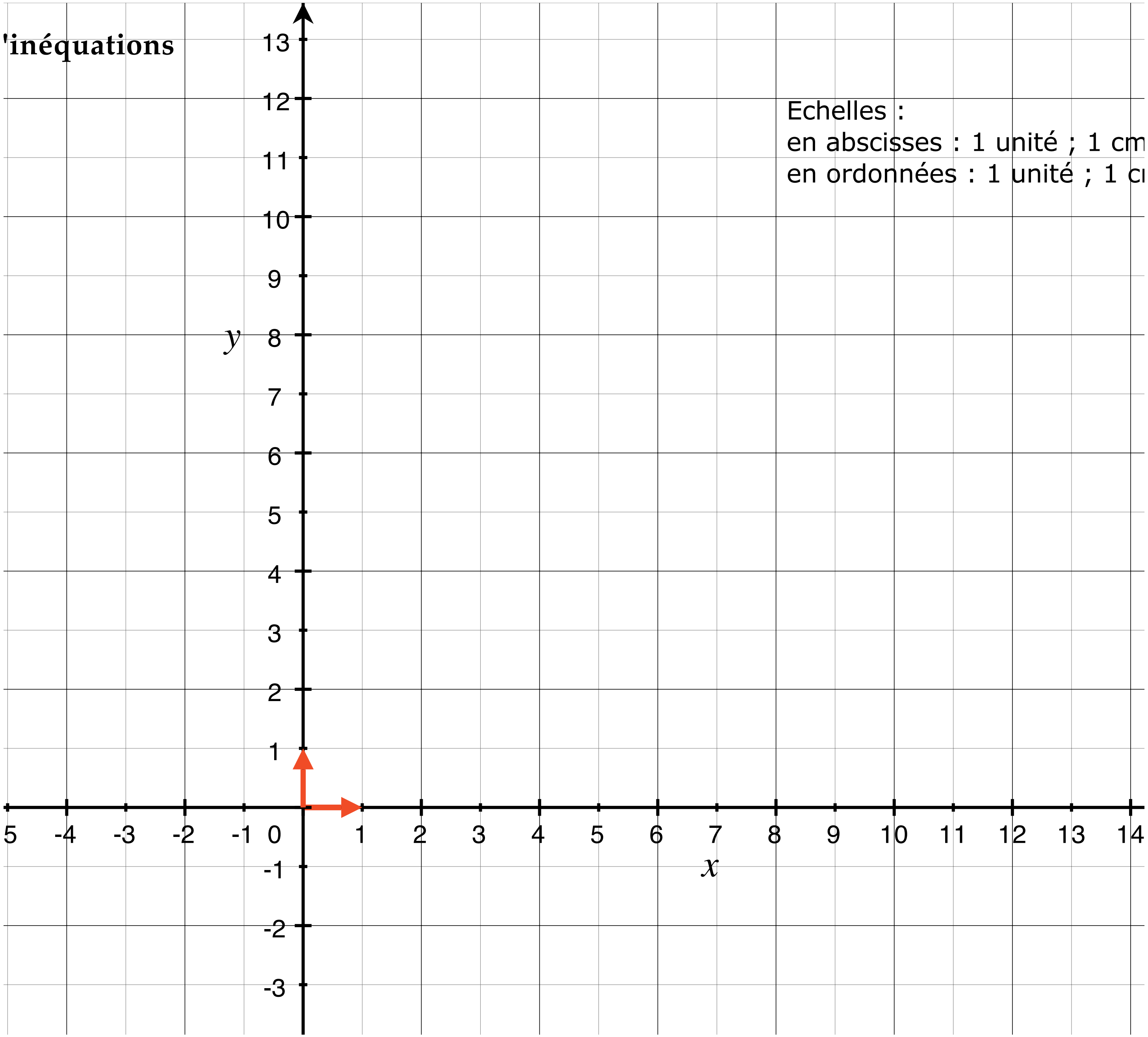
☞ (P^+) : $ax + by + c \geq 0$
☞ (P^-) : $ax + by + c \leq 0$
☞ On appellera A_i le point de coordonnées (x_i ; y_i) situé dans le demi-plan ; i prenant les valeurs : 1 ; 2 ; 3.

3°) Rechercher trois points A_1 ; A_2 ; A_3 .

4°) En déduire la zone du plan à colorier dont les points de coordonnées (x ; y) vérifient :

☞ **$x + 4y - 6 \geq 0$**
☞ **$2x - y + 3 > 0$**
☞ **$2x + y - 9 < 0$**

5°) Repérer les valeurs entières qui vérifient le système d'inéquations ci-dessus.



Exercice n°2 : Vente de charité

Une personne veut fabriquer pour une vente de charité des ours et des lapins en peluche.

☞ Pour fabriquer un ours il faut 40 cm de tissu beige et 10 cm de tissu blanc.

☞ Pour fabriquer un lapin il faut 20 cm de tissu beige et 30 cm de tissu blanc.

☞ La personne dispose de 1,6 m de tissu beige et 0,9 m de tissu blanc.

Cette personne souhaiterait savoir le nombre d'ours et de lapins qu'elle peut fabriquer avec exactement 1,6 m de tissu beige et exactement 0,9 m de tissu blanc.

1°) Soit x le nombre d'ours fabriqués et y le nombre de lapins fabriqués. Calculer en fonction de x et y la longueur de tissu beige nécessaire ; puis en fonction de x et y la longueur de tissu blanc nécessaire.

2°) Mettre en équation les données du problème.

3°) Dans un repère orthonormal (prendre pour unité 2 cm)

Tracer les droites d'équation :

(D_1) : $2x + y - 8 = 0$
(D_2) : $x + 3y - 9 = 0$

4°) Déterminer graphiquement l'ensemble des couples (x , y) qui correspondent à ce que peut fabriquer la personne.

5°) Sachant que la vente d'un ours rapporte un bénéfice de 50 F et que la vente d'un lapin rapporte un bénéfice de 60 F :

a) Calculer b le bénéfice correspondant à (3 , 1).

b) Déterminer en fonction de x et de y la fonction bénéfice notée B (x , y).

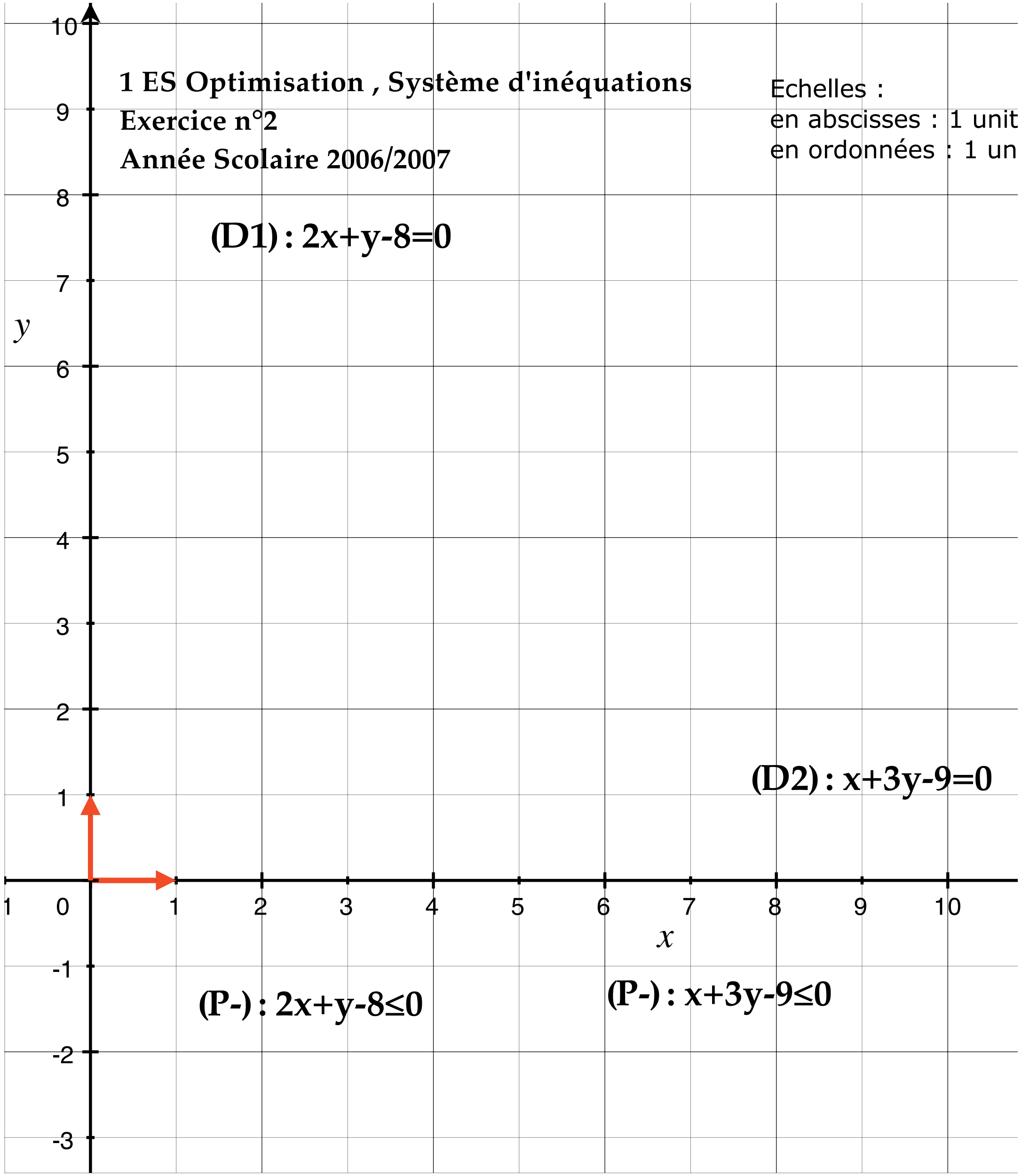
On obtient donc l'équation : B(x , y) = k pour caractériser chaque type de fabrication.

c) Représenter graphiquement l'équation de la fonction bénéfice correspondant à (3 , 1), la valeur de b ayant été trouvée au a).

d) Que peut-on dire de la représentation graphique des équations P(x , y) = k, quel est le coefficient directeur de ces droites.

e) Déterminer le programme permettant un bénéfice maximum.

f) Calculer ce bénéfice.



Optimisation

Exercice n°3 : **un pont aérien**

Une personne veut organiser un pont aérien à moindre coût pour transporter 1 600 personnes et 90 tonnes de bagages.

☞ Les avions disponibles sont de 2 types : 9 du type A et 12 du type B.

☞ Un avion de type A peut transporter 100 personnes et 15 tonnes de bagages.

☞ Un avion de type B peut transporter 200 personnes et 6 tonnes de bagages.

1°) Soit x le nombre d'avions de type A et y le nombre d'avions de type B. Ecrivez les contraintes d'organisation du pont aérien sous la forme d'un système d'inéquations.

2°) Représenter graphiquement ces contraintes afin de définir le domaine des contraintes. (l'extérieur sera colorié en rouge)

3°) Choisir un point à l'intérieur du domaine ainsi défini et vérifier que ses coordonnées sont solutions du système d'inéquation. On dit dans ce cas que ce point correspond à un programme (de pont aérien) réalisable.

4°) Sachant que la location d'un avion de type A coûte 1 million de F et que la location d'un avion de type B coûte 4 millions de F :

On note k le coût du programme :

a) Calculer k le coût du programme correspondant à (6 , 9).

b) Déterminer en fonction de x et de y la fonction coût du programme notée P(x , y).

On obtient donc l'équation : P(x , y) = k pour caractériser chaque programme.

c) Représenter graphiquement l'équation du programme correspondant à (6 , 9), la valeur de k ayant été trouvée.

d) Que peut-on dire de la représentation graphique des équations P(x , y) = k, quel est le coefficient directeur de ces droites.

d) Déterminer le programme permettant un coût minimum.

e) Calculer ce coût.