Chapitre 6

Calculs matriciels

6

Vous pouvez effectuer les opérations suivantes grâce aux 26 mémoires matricielles (Mat A à Mat Z) et à la mémoire matricielle de dernier résultat (MatAns).

- Addition, soustraction, multiplication
- Calculs de produits scalaires
- Déterminant
- Transposition d'une matrice
- Inversion d'une matrice
- Élévation d'une matrice au carré
- Élévation d'une matrice à une puissance
- Calculs de valeur absolue, extraction de la partie entière, extraction de la partie fractionnaire d'un nombre, nombre entier maximal
- Modification de matrices à l'aide des commandes de matrice

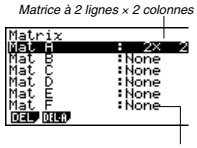
6-1 Avant d'effectuer des calculs matriciels
6-2 Opérations sur les éléments d'une matrice
6-3 Modification de matrices à l'aide des commandes de matrice
6-4 Calculs matriciels

Utilisation de la calculatrice CASIO

6-1 Avant d'effectuer des calculs matriciels

Sur le menu principal, sélectionnez le symbole **MAT** pour entrer dans le mode de matrice et afficher l'écran initial de ce mode.

Matrice à 2 lignes × 2 colonnes



Dimension non préréglée

- {**DEL**}/{**DEL·A**} ... suppression {d'une matrice particulière}/{de toutes les matrices}

- Le nombre maximal de lignes pouvant être spécifiées pour une matrice est 255 et le nombre maximal de colonnes est également 255.

■ Au sujet de la mémoire matricielle de dernier résultat (MatAns)

La calculatrice stocke automatiquement les résultats de calculs matriciels dans la mémoire matricielle. Il faut noter les points suivants concernant la mémoire matricielle de dernier résultat.

- Quand vous effectuez un calcul avec matrice, le contenu de la mémoire matricielle est remplacé par le nouveau résultat. Le contenu précédent est effacé et ne peut pas être récupéré.
- L'enregistrement de valeurs dans une matrice n'affecte pas le contenu de la mémoire matricielle de dernier résultat.

P.92

■ Création d'une matrice

Pour créer une matrice, vous devez définir ses dimensions (sa taille) dans la liste de matrices (MATRIX). Vous pouvez ensuite entrer des valeurs dans la matrice.

●Pour définir les dimensions d'une matrice

Exemple **Créer une matrice de 2 lignes × 3 colonnes dans la zone nommée Mat B**

Mettez Mat B en surbrillance.

▼

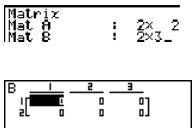
Spécifiez le nombre de lignes.

2 EXE

Spécifiez le nombre de colonnes.

3

EXE



- Tous les éléments de la nouvelle matrice contiennent la valeur 0.
- Si "Mem ERROR" reste à côté du nom de la zone de matrice après que vous avez entré les dimensions, c'est que la mémoire n'est pas suffisante pour créer la matrice souhaitée.

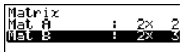
●Pour entrer des valeurs dans la matrice

Exemple **Entrer les données suivantes dans la matrice B:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Sélectionnez Mat B.

▼



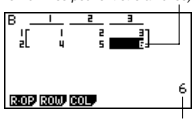
Élément en surbrillance (en tout six chiffres peuvent être affichés)

EXE

1 EXE 2 EXE 3 EXE

4 EXE 5 EXE 6 EXE

(La donnée est introduite dans l'élément en surbrillance. A chaque pression sur EXE, l'élément suivant de droite est mis en surbrillance.)



Valeur dans l'élément actuellement en surbrillance

- Les valeurs affichées des éléments indiquent des nombres entiers de six chiffres au maximum et des nombres"R.tiers négatifs de cinq chiffres (un chiffre est utilisé pour le signe négatif). Les valeurs exponentielles sont indiquées avec au plus deux chiffres pour l'exposant. Les valeurs fractionnaires ne sont pas affichées.
- Vous pouvez voir la valeur complète affectée à un élément en utilisant les touches de curseur pour déplacer la surbrillance sur l'élément dont vous voulez voir la valeur.
- Chaque élément d'une matrice nécessite 10 octets de mémoire. Cela signifie qu'une matrice de 3 × 3 exige une mémoire de 90 octets (3 × 3 × 10 = 90).

■ Suppression d'une matrice

Vous pouvez supprimer une matrice particulière ou toutes les matrices en mémoire.

●Pour supprimer une matrice particulière

1. Quand la liste MATRIX est à l'écran, utilisez ▲ et ▼ pour mettre la matrice que vous voulez supprimer en surbrillance.
2. Appuyez sur F1 (DEL).
3. Appuyez sur F1 (YES) pour effacer la matrice ou sur F6 (NO) pour abandonner l'opération en cours sans rien supprimer.

- L'indicateur "None" apparaît à la place des dimensions de la matrice que vous avez supprimée.

●Pour supprimer toutes les matrices

1. Quand la liste MATRIX est à l'écran, appuyez sur F2 (DEL·A).
2. Appuyez sur F1 (YES) pour supprimer toutes les matrices en mémoire ou sur F6 (NO) pour abandonner l'opération en cours sans rien supprimer.

- L'indicateur "None" apparaît pour toutes les matrices.

6-4 Calculs matriciels [OPTN]-[MAT]

Utilisez le menu de RUN pour effectuer des calculs matriciels.

●Pour afficher les commandes de matrice

P.27

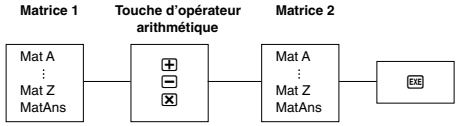
1. Sur le menu principal, sélectionnez le symbole **RUN** et appuyez sur [EXE].
2. Appuyez sur [OPTN] pour afficher le menu d'options.
3. Appuyez sur [F2] (MAT) pour afficher le menu de commandes de matrice.

Seules les commandes de matrice qui sont utilisées pour les opérations arithmétiques sont décrites ici.

- {**Mat**} ... {commande Mat (désignation de la matrice)}
- {**Det**} ... {commande Det (commande de déterminant)}
- {**Trn**} ... {commande Trn (commande de transposition de matrice)}
- {**Iden**} ... {commande Identity (entrée de matrice unité)}

Tous les exemples suivants présupposent que les données matricielles sont déjà enregistrées dans la mémoire.

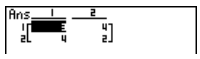
■ Opérations arithmétiques sur une matrice



Exemple 1 **Additionner les deux matrices suivantes (Matrice A + Matrice B):**

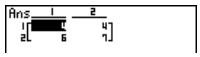
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

[F1](Mat)[ALPHA][A][+]
[F1](Mat)[ALPHA][B][EXE]



Exemple 2 **Multiplier les deux matrices de l'exemple 1 (matrice A × matrice B)**

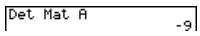
[F1](Mat)[ALPHA][A][×]
[F1](Mat)[ALPHA][B][EXE]



Exemple **Obtenir le déterminant de la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

[F3](Det)[F1](Mat)[ALPHA][A][EXE]



- Les déterminants ne peuvent être obtenus que pour les matrices carrées (même nombre de lignes et de colonnes). Si vous essayez d'obtenir un déterminant pour une matrice qui n'est pas carrée, une erreur se produira.

- Le déterminant de la matrice 2 × 2 est calculé comme indiqué ci-dessous.

$$|A| = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

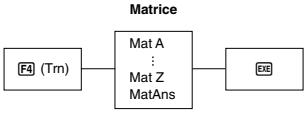
- Le déterminant de la matrice 3 × 3 est calculé comme indiqué ci-dessous.

$$|A| = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

■ Transposition de matrice

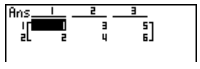
Une matrice est transposée quand ses lignes deviennent les colonnes et ses colonnes deviennent les lignes. Voici le format utilisé pour transposer une matrice.



Exemple **Transposer la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

[F4](Trn)[F1](Mat)[ALPHA][A][EXE]

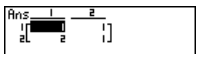


- Les deux matrices doivent avoir les mêmes dimensions pour que vous puissiez les additionner ou les soustraire. Une erreur se produit si vous essayez d'additionner ou de soustraire des matrices de dimensions différentes.
- Le nombre de colonnes de la matrice A doit être égal au nombre de lignes de la matrice B.

- Vous pouvez utiliser une matrice unité à la place de la matrice 1 ou 2 dans le format arithmétique. Utilisez la commande Identity ([F1]) sur le menu de commandes de matrice pour entrer la matrice unité.

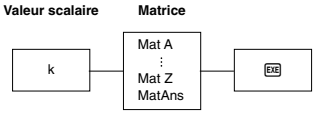
Exemple 3 **Multiplier la matrice A (de l'exemple 1) par une matrice unité de dimensions 2 × 2**

[F1](Mat)[ALPHA][A][×]
[F6](▷)[F1](Iden)[2][EXE]
Nombre de lignes et de colonnes



■ Produit scalaire d'une matrice

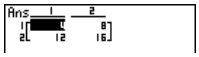
Voici le format utilisé pour le calcul d'un produit scalaire d'une matrice, avec la valeur de chaque élément de la matrice multipliée par la même valeur.



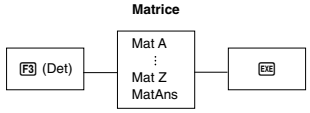
Exemple **Calculer le produit scalaire de la matrice suivante en utilisant le multiplicateur 4:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

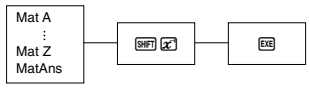
[4][F1](Mat)[ALPHA][A][EXE]



■ Déterminant



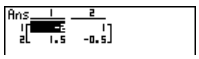
■ Inversion d'une matrice



Exemple **Inverser la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

[F1](Mat)[ALPHA][A][SHIFT][x⁻¹][EXE]



- Seules les matrices carrées (même nombre de lignes et de colonnes) peuvent être inversées. Si vous essayez d'inverser une matrice qui n'est pas carrée, une erreur se produira.
- Une matrice dont la valeur est égale à zéro ne peut pas être inversée. Si vous essayez d'inverser une matrice dont la valeur est égale à zéro, une erreur se produira.
- La précision du calcul est affectée pour les matrices dont la valeur est proche de zéro.

- Une matrice inversée doit remplir les conditions suivantes.

$$A A^{-1} = A^{-1} A = E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

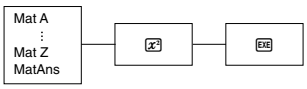
- Voici la formule utilisée pour inverser la matrice A en matrice inverse A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$ Notez que $ad - bc \neq 0$.

■ Élévation d'une matrice au carré

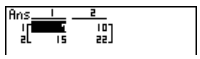
Matrice



Exemple **Élever la matrice suivante au carré:**

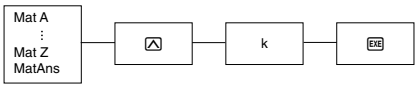
$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

F1 (Mat) ALPHA A x² EXE



■ Élévation d'une matrice à une puissance

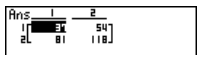
Matrice **Entier naturel**



Exemple **Élever la matrice suivante à la puissance 3:**

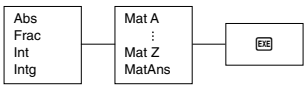
$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

F1 (Mat) ALPHA A ^ 3 EXE



■ Détermination de la valeur absolue, de la partie entière, de la partie fractionnaire et de l'entier maximal d'une matrice

Commande de fonction **Matrice**



6-2 Opérations sur les éléments d'une matrice

Procédez de la manière suivante pour préparer une matrice avant d'effectuer une opération.

1. Quand la liste MATRIX est à l'écran, utilisez ▲ et ▼ pour mettre le nom de la matrice que vous voulez utiliser en surbrillance.
2. Appuyez sur EXE pour faire apparaître le menu de fonctions contenant les paramètres suivants.
   - {**R·OP**} ... {menu de calculs sur les lignes}
   - {**ROW**}/{**COL**} ... menu d'opérations sur les {lignes}/{colonnes}

Tous les exemples suivants utilisent la matrice A rappelée par l'opération précédente.

■ Calculs sur les lignes

Le menu suivant apparaît si vous appuyez sur F1 (R·OP) quand une matrice que vous avez rappelée est à l'écran.

- {**Swap**} ... {échange de lignes}
- {×**Rw**} ... {produit scalaire d'une ligne donnée}
- {×**Rw+**} ... {addition du produit scalaire d'une ligne donnée et d'une autre ligne}
- {**Rw+**} ... {addition d'une ligne désignée et d'une autre ligne}

●Pour échanger deux lignes

Exemple **Échanger les lignes 2 et 3 de la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

F1 (R·OP) F1 (Swap)

Entrez le numéro des lignes que vous voulez échanger.

2 EXE 3 EXE

●Pour calculer le produit scalaire d'une ligne

Exemple **Calculer le produit scalaire de la ligne 2 de la matrice suivante en multipliant par 4:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

F1 (R·OP) F2 (×Rw)

Entrez la valeur du multiplicateur.

4 EXE

Désignez le numéro de la ligne.

2 EXE

●Pour calculer le produit scalaire d'une ligne et ajouter le résultat à une autre ligne

Exemple **Calculer le produit scalaire de la ligne 2 de la matrice suivante en multipliant par 4 et ajouter le résultat à ligne 3:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

F1 (R·OP) F3 (×Rw+)

Entrez la valeur du multiplicateur.

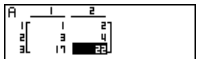
4 EXE

Désignez le numéro de la ligne dont le produit scalaire doit être calculé.

2 EXE

Désignez le numéro de la ligne dont le résultat doit être ajouté.

3 EXE



●Pour additionner deux lignes

Exemple **Ajouter la ligne 2 à la ligne 3 de la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

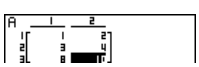
F1 (R·OP) F4 (Rw+)

Désignez le numéro de la ligne que vous ajoutez.

2 EXE

Désignez le numéro de la ligne à laquelle vous ajoutez la première ligne.

3 EXE



■ Opérations sur les lignes

Le menu suivant apparaît si vous appuyez sur F2 (ROW) quand une matrice que vous avez rappelée est à l'écran.

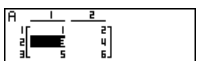
- {**DEL**} ... {suppression d'une ligne}
- {**INS**} ... {insertion d'une ligne}
- {**ADD**} ... {addition d'une ligne}

●Pour supprimer une ligne

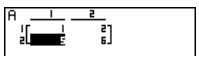
Exemple **Supprimer la ligne 2 de la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

F2 (ROW) ▼



F1 (DEL)

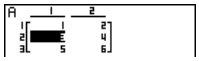


●Pour insérer une ligne

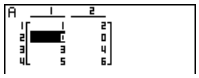
Exemple **Insérer une nouvelle ligne entre les lignes 1 et 2 de la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

F2 (ROW) ▼



F2 (INS)

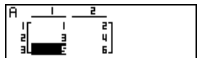


●Pour ajouter une ligne

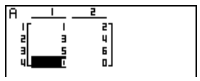
Exemple **Ajouter une nouvelle ligne sous la ligne 3 de la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

F2 (ROW) ▼ ▼



F3 (ADD)



■ Opérations sur les colonnes

Le menu suivant apparaît si vous appuyez sur F3 (COL) quand une matrice que vous avez rappelée est à l'écran.

- {**DEL**} ... {suppression d'une colonne}
- {**INS**} ... {insertion d'une colonne}
- {**ADD**} ... {addition d'une colonne}

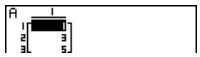
●Pour supprimer une colonne

Exemple **Supprimer la colonne 2 de la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

F3 (COL) ▶

F1 (DEL)



6-3 Modification de matrices à l'aide des commandes de matrice [OPTN]-[MAT]

En plus du menu MAT qui vous permet de créer et de modifier une matrice, vous pouvez aussi utiliser les commandes de matrice dans le menu RUN pour entrer des données et créer une matrice sans avoir besoin de l'afficher.

●Pour afficher les commandes de matrice

P.27

1. Sur le menu principal, sélectionnez le symbole **RUN** et appuyez sur EXE.
2. Appuyez sur OPTN pour afficher le menu d'options.
3. Appuyez sur F2 (MAT) pour afficher le menu d'opérations matricielles.

Vous trouverez ici seulement les paramètres du menu de commandes qui sont utilisés pour la création d'une matrice et pour l'enregistrement de données dans cette matrice.

P.91

- {**Mat**} ... {commande Mat (désignation de la matrice)}
- {**M→L**} ... {commande Mat→List (affectation du contenu de la colonne sélectionnée à une liste)}
- {**Aug**} ... {commande Augment (liaison de deux matrices)}
- {**Iden**} ... {commande Identity (entrée de matrice unité)}
- {**Dim**} ... {commande Dim (contrôle de dimensions)}
- {**Fill**} ... {commande Fill (valeurs d'éléments identiques)}

■ Format d'entrée des données dans une matrice

Voici le format que vous devez utiliser quand vous entrez des données pour créer une matrice à l'aide de la commande Mat du menu d'opérations matricielles.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

= [[a_{11}, a_{12}, ..., a_{1n}] [a_{21}, a_{22}, ..., a_{2n}] .... [a_{m1}, a_{m2}, ..., a_{mn}]]
→ Mat [lettre de A à Z]

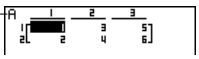
- La valeur maximale de m et n est 255.

Exemple 1 **Entrer les données suivantes comme matrice A:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

OPTN F2 (MAT)
SHIFT [SHIFT [1 ▸ 3 ▸ 5
SHIFT] SHIFT [2 ▸ 4 ▸ 6
SHIFT] SHIFT] → F1 (Mat) ALPHA A

EXE *Nom de la matrice*



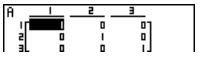
- Une erreur se produit si la mémoire est pleine quand vous enregistrez des données.
- Vous pouvez aussi utiliser le format précédent à l'intérieur d'un programme qui entre des données matricielles.

●Pour enregistrer une matrice unité

Utilisez la commande Identity sur le menu d'opérations matricielles (F1) pour créer une matrice unité.

Exemple 2 **Créer une matrice unité 3 × 3 comme matrice A**

OPTN F2 (MAT) F6 (▷) F1 (Iden)
3 → F6 (▷) F1 (Mat) ALPHA A EXE
Nombre de lignes et colonnes

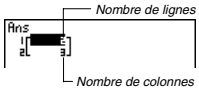


●Pour contrôler les dimensions d'une matrice

Utilisez la commande Dimension sur le menu d'opérations matricielles (F2) pour contrôler les dimensions d'une matrice existante.

Exemple 3 **Contrôler les dimensions de la matrice A qui a été enregistrée dans l'exemple 1**

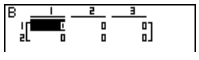
OPTN F2 (MAT) F6 (▷) F2 (Dim) F6 (▷)
F1 (Mat) ALPHA A EXE



L'affichage indique que la matrice A comprend deux lignes et trois colonnes.
Vous pouvez aussi utiliser {Dim} pour définir les dimensions d'une matrice.

Exemple 4 **Définir une matrice de 2 lignes et 3 colonnes**

SHIFT (2 ▸ 3 SHIFT) → OPTN
F2 (MAT) F6 (▷) F2 (Dim) F6 (▷)
F1 (Mat) ALPHA B EXE



■ Modification d'une matrice à l'aide des commandes de matrice

Vous pouvez aussi utiliser les commandes de matrice pour affecter des valeurs à une matrice et rappeler des valeurs d'une matrice existante, remplir tous les éléments d'une matrice existante par la même valeur, combiner deux matrices en une seule matrice et affecter le contenu d'une matrice à une liste.

●Pour affecter ou rappeler des valeurs dans une matrice existante

Utilisez le format suivant avec la commande Mat sur le menu d'opérations matricielles (F1) pour désigner l'élément auquel ou duquel une valeur sera affectée ou rappelée.

Mat X [m, n]
X ..... nom de la matrice (A à Z, ou Ans)
m ..... numéro de la ligne
n ..... numéro de la colonne

Exemple 1 **Affecter 10 à l'élément correspondant à la ligne 1 et à la colonne 2 de la matrice suivante:**

$$\text{Matrice A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

1 0 → OPTN F2 (MAT) F1 (Mat)
ALPHA A SHIFT [1 ▸ 2 SHIFT] EXE

Exemple 2 **Multiplier la valeur de l'élément correspond à la ligne 2 et à la colonne 2 de la matrice précédente par 5**

OPTN F2 (MAT) F1 (Mat)
ALPHA A SHIFT [2 ▸ 2 SHIFT]
× 5 EXE

●Pour remplir une matrice par des valeurs identiques et combiner deux matrices en une seule

Utilisez la commande Fill (F3) sur le menu d'opérations matricielles pour remplir tous les éléments d'une matrice existante par une valeur identique ou la commande Augment (F5) pour combiner deux matrices existantes en une seule.

Exemple 1 **Remplir tous les éléments de la matrice A par la valeur 3**

OPTN F2 (MAT) F6 (▷) F3 (Fill)
3 ▸ F6 (▷) F1 (Mat) ALPHA A EXE
Valeur de remplissage