Exercices et problèmes

Pour tester l'essentiel

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s) A, B, C, D

49. Calculer avec des vecteurs

$(O ; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère du plan. Le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées $(6 ; -10)$.

	A	B	C	D
1. Si $\vec{v}(-4 ; 5)$, alors	$\vec{u}+\vec{v} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$	$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires	$2\vec{u} - 3\vec{v}$ a pour coordonnées $(24 ; -5)$	$\vec{u} - \vec{v} = 5(\vec{i} + \vec{j})$
2. Si $\vec{v}(a ; 15)$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires lorsque	$a = 19$	$a = -25$	$a = 25$	$a = -9$
3. Si $\vec{v}(a+2 ; b-3)$, alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires lorsque	$a = -11$ et $b = 18$	$a = 20$ et $b = -17$	$a = -18$ et $b = -17$	$a = 7$ et $b = -6$

50. Interpréter une égalité vectorielle

	A	B	C	D
1. Si $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CD}$, alors	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$	$(AB) // (CD)$	$\overrightarrow{DB} = 3\overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$
2. Si $ABCD$ est un parallélogramme de centre O et si E est le point défini par $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$, alors	E est le milieu de $[CD]$	$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC}$
3. Si $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$, alors	A, B et M sont alignés	M est le milieu de $[AB]$	$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$	$3\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$
4. Si $\overrightarrow{AC} = -4\overrightarrow{AB}$, alors	$\overrightarrow{CB} = 5\overrightarrow{AB}$	$5\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{CB} = \vec{0}$	A, B et C sont alignés	$\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

51. Calculer avec des coordonnées

$(O ; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère du plan. On donne les points $A(1 ; -2)$, $B(-1 ; -8)$ et $C(-3 ; -1)$.

	A	B	C	D
1. Si le point D est défini par $\overrightarrow{OD} = -\vec{i} + 5\vec{j}$, alors	$\overrightarrow{AD}$ a pour coordonnées $(2 ; -7)$	D a pour coordonnées $(-1 ; 5)$	$(AD) // (BA)$	$(AD) // (BC)$
2. Si E est le point de coordonnées $(4 ; 7)$, alors	$\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires	A, E et D sont alignés	A, B et E sont alignés	$EACD$ est un trapèze
3. Le vecteur $-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED}$	a pour coordonnées $(7 ; -2)$	est colinéaire à $\overrightarrow{CB}$	est égal à $2\vec{i} + 7\vec{j}$	est colinéaire à $\overrightarrow{DC}$
4. Si le point M est défini par $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{CD}$, alors	A, B et M sont alignés	M a pour coordonnées $(7 ; 26)$	$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$	$3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

Pour travailler en aide individualisée

Savoir interpréter une égalité vectorielle (ex. 50)

Avez-vous bien compris ?

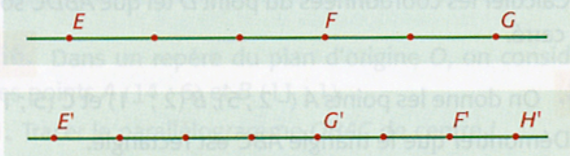
Léa, *Kévin* et *Marc* cherchent un exercice :
« *A* et *B* sont deux points distincts. Construire le point *C* défini par : $2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$. »

- Voici le calcul fait par *Léa* :
$2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$, donc $2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$.
Ainsi : $3\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ et $3\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AB}$.
Par suite : $3\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}$. Donc : $\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
- *Kévin* dit : « J'ai décomposé $\overrightarrow{CA}$ et trouvé $\overrightarrow{BC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$. J'obtiens le même point que Léa ».
- Voici le calcul fait par *Marc* :
$2\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$, donc $3\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$ et
$3\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{BA}$, d'où $\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$.

1. La réponse de Marc est fausse : pourquoi ?.
2. Léa et Kévin ont-ils bien trouvé le même point ?
3. Justifier les étapes du calcul fait par Léa.
4. Retrouver le calcul effectué par Kévin.

EXERCEZ-VOUS !

a. Traduire chacun des dessins par des égalités vectorielles.



b. On donne les égalités vectorielles :

$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\vec{0}$;

$\overrightarrow{AM}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AB}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$;

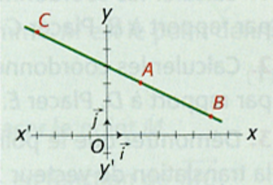
$\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; $3\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$.

- Illustrer chacune de ces égalités par un dessin.
- Quelles informations fournit chacune d'elles sur les configurations formées par les points donnés.

Savoir utiliser des coordonnées (ex. 51)

Avez-vous bien compris ?

1. *Comment démontrer que les points* A (2 ; 3), B (6 ; 1) *et* C (−4 ; 6) *sont alignés ?*



Il suffit d'appliquer la condition de colinéarité à deux vecteurs choisis parmi $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$…
Faire ce choix et effectuer le calcul correspondant.

2. *Le point* D (−6 ; 7) *appartient-il à* (AB) ?
Comparer les coordonnées de $\overrightarrow{DB}$ avec celles de $\overrightarrow{AB}$: qu'observe-t-on ? Pourquoi peut-on écrire $\overrightarrow{DB}=3\overrightarrow{AB}$? Il est donc inutile dans ce cas d'utiliser la condition de colinéarité !

EXERCEZ-VOUS !

a. Dans chaque cas, dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Si oui, déterminer *k* tel que $\vec{v}=k\,\vec{u}$.
1. $\vec{u}\,(5\,;-4)$; $\vec{v}\,(-4\,;3)$. **2.** $\vec{u}\,(5\,;-4)$; $\vec{v}\,(-10\,;8)$.

b. Trouver le réel *x* pour que les vecteurs $\vec{u}\,(x\,;5)$ et $\vec{v}\,(-2+x\,;7)$ soient colinéaires.

c. Soit les points *A* (2 ; −1), *B* (−3 ; 2), *C* (5 ; *x*) et *D* (3 ; 1).
1. Trouver *x* pour que les points *A*, *B* et *C* soient alignés. Déterminer le réel *k* tel que $\overrightarrow{AC}=k\,\overrightarrow{AB}$.
2. Montrer que *A*, *B* et *D* ne sont pas alignés.
3. On considère le point *M* défini, pour *k* donné, par $\overrightarrow{DM}=k\,\overrightarrow{AB}$. Déterminer les coordonnées de *M* lorsque $k=1$, $k=2$ et enfin $k=-3$.
Que peut-on dire des trois points *M* obtenus ?

Seconde 14 - Année Scolaire 2007-2008
Chapitre n°11 : Vecteurs, repérage dans le plan page 298-329
Aide Individualisée

Fait à Nantes le mardi 22 janvier 2008 19:00:19