



Avant-Propos:

*C'est une découverte de quelques techniques nouvelles tout en révisant les savoirs de la troisième .
Il s'agit de revoir les définitions, la mise en œuvre de ces définitions, les techniques de base à bien connaître, éventuellement de les apprendre pour, enfin, les savoir définitivement..*

Contenu :

Il s'agit donc de revoir toutes les définitions de base.

1°) La présentation d'une série statistique dans un tableau permet de bien identifier 3 éléments : la population, l'individu et le caractère étudié.

2°) La représentation graphique d'une série statistique est : soit un histogramme (caractère continu ; les valeurs prises par le caractère sont des nombres réels), soit une diagramme en bâtons (caractère discret ; les valeurs prises par le caractère sont des nombres entiers).

Savoir-faire très important pour la mise en œuvre de ces définitions : dans le tableau de définition les valeurs prises (réparties en classe ou non) par le caractère seront reportées en abscisses , tandis que les effectifs correspondant seront reportés en ordonnées.

A la définition de la moyenne s'ajoute la médiane, le mode ou la classe modale d'une série statistique .

Progression :

Leçon n° 1 : Définition d'une série statistique, histogramme, caractéristiques de position : moyenne, médiane , mode ; courbe cumulative des fréquences ;

Une feuille d'exercices sera spécialement distribuée.

L'essentiel du cours, les exercices résolus :

Le cours : page 186 -191 ; exercice résolu n°3 page 194 - 195

Les exercices d'entraînement :

Moyenne :

Exercices n°8 & n°10 page 197 ;

Médiane :

Exercices n°46 & 48 & 51 page 202 :

Mode :

Exercices n°53 & 55 page 202 ;

Fait à Nantes le lundi 2 juin 2008 15:35:07



Statistiques

Pour bien commencer

EXERCICE 1 On a pesé cinq boîtes de conserve et on a obtenu les masses suivantes :

1,012 kg ; 0,998 kg ; 1,003 kg ; 0,999 kg ; 0,998 kg.

Calculer la masse moyenne de ces cinq boîtes.

EXERCICE 2 Le tableau suivant donne la répartition des élèves d'une classe selon le nombre de leurs frères et sœurs.

- 1) Interpréter le chiffre 7 en rouge dans le tableau.
- 2) Quel est l'effectif de la classe ?
- 3) Calculer le nombre moyen de frères et sœurs par élève de cette classe.

Nombres de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'élèves	5	12	7	2	0	1	1

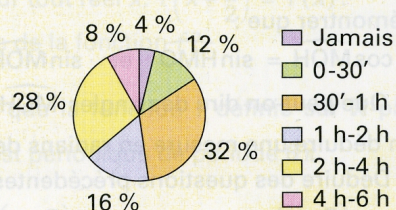
EXERCICE 3 Le tableau ci-dessous donne la répartition des salaires nets mensuels dans une entreprise.

Salaire (en milliers d'euros)	[1 ; 1,2[	[1,2 ; 1,4[	[1,4 ; 1,6[	[1,6 ; 1,8[	[1,8 ; 2,5[	[2,5 ; 4]
Nombre de salariés	50	61	45	30	15	5

- 1) Interpréter le nombre 15 en rouge dans le tableau.
- 2) Quel est l'effectif de l'entreprise ?
- 3) Calculer le salaire net mensuel moyen des salariés de cette entreprise.

EXERCICE 4 On a demandé à chacun des 25 élèves d'une classe le temps qu'il passe chaque jour devant la télévision et on a obtenu le graphique ci-contre.

- 1) Expliquer comment on peut retrouver les pourcentages par lecture graphique.
- 2) Recopier et compléter le tableau suivant :



Temps passé devant la télévision	0 min	0 à 30 min	30 min à 1 h	1 à 2 h	2 à 4 h	4 à 6 h
Temps passé devant la télévision en min	0	[0 ; 30]	[30 ; 60]			
Nombre d'élèves						

- 3) Calculer le temps moyen passé devant la télévision par les élèves de cette classe.

Utilisation de Σ

1 Calculer :

$$a) \sum_{i=1}^5 i.$$

$$b) \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j}.$$

2 Calculer :

$$a) \sum_{k=0}^4 k^2.$$

$$b) \sum_{k=1}^4 (2k+1).$$

3 Écrire avec le symbole Σ les sommes suivantes. On n'effectuera pas les calculs.

a) $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9.$

b) $3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3.$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}.$

4 Écrire avec le symbole Σ les sommes suivantes, où n est un entier naturel. On n'effectuera pas les calculs.

a) $1 + 2 + 3 + \dots + n.$

b) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2.$

c) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}.$

Je m'entraîne seul(e)

5 Calculer $\sum_{i=0}^3 i^3.$

6 Écrire avec le symbole Σ :
 $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \dots + \sqrt{10}.$

Définition de la moyenne

7 Calculer la moyenne de la série statistique :

Modalité	-5	3	8	15
Effectif	12	13	5	21

8 On a relevé le nombre de cheminées des maisons d'une rue et on a obtenu le tableau statistique suivant :

Nombre de cheminées	0	1	2	3	4
Nombre de maisons	3	10	12	15	5

1) Interpréter le nombre 10 en rouge dans le tableau.

2) Calculer le nombre moyen de cheminées par maison.

3) Vérifier avec une calculatrice.

9 Calculer la moyenne de la série statistique :

Modalité	[50 ; 80[	[80 ; 100[	[100 ; 110[	[110 ; 200]
Effectif	30	50	53	12

10 Le tableau suivant donne la répartition des élèves d'une classe suivant le temps qu'ils passent chaque jour dans les transports scolaires.

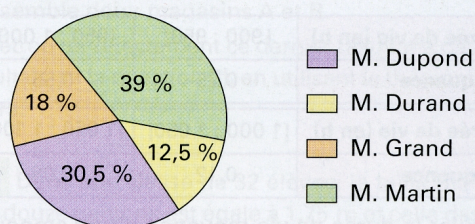
Durée quotidienne des transports (en h)	[0 ; 0,5[	[0,5 ; 1[	[1 ; 1,5[	[1,5 ; 2]
Nombre d'élèves	13	8	5	6

1) Interpréter le nombre 8 en rouge dans le tableau.

2) Calculer la durée quotidienne moyenne des transports pour les élèves de cette classe.

3) Vérifier avec une calculatrice.

11 Le graphique ci-dessous représente la proportion de voitures vendues en 2003 par des commerciaux d'un grand garage.



Quel est, en moyenne, le pourcentage de voitures vendues par chaque commercial ?

12 En TP de physique, les élèves d'une classe ont mesuré la tension aux bornes de dix piles neuves dont la tension nominale est 12 volts.

Ils ont obtenu les mesures suivantes, en volts : 11,9 ; 12 ; 11,7 ; 3 ; 11,7 ; 12,1 ; 11,8 ; 12 ; 12,2 ; 11,9.

1) Calculer la tension moyenne des dix piles.

2) a) Un élève remarque qu'une de ces piles ne semble pas être neuve. Quelle est cette pile ?

b) Calculer la tension moyenne des neuf piles qui semblent neuves.

Comment s'appelle cette moyenne ?

13 Un cycliste utilise un appareil automatique pour connaître sa vitesse moyenne par tour de piste.

À la fin son entraînement, il relève sur l'appareil ses vitesses moyennes et il obtient, en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$:

45,2 ; 50 ; 43,4 ; 2 ; 47,8 ; 50,1 ; 49,4 ; 0,8.

Il veut calculer la moyenne de ses vitesses moyennes. En supprimant les valeurs aberrantes, calculer la moyenne élaguée de ses vitesses moyennes.

Seconde 14 - Année Scolaire 2007-2008 Chapitre n°7 : Statistiques ; page 184 - 209 Programme d'étude :

47 Déterminer une série de cinq valeurs dont la médiane est égale à 4.

48 Dans un bureau de poste, on a enregistré pendant une demi-journée le temps que passait chaque personne à un guichet.
On a obtenu la série statistique suivante :

Durée (en min)	[0 ; 2[	[2 ; 4[	[4 ; 6[	[6 ; 8[	[8 ; 10]
Nombre de personnes	17	25	12	8	3

- 1) Établir le tableau des effectifs cumulés croissants.
- 2) Représenter graphiquement la série des effectifs cumulés croissants.
- 3) À quel intervalle appartient la durée médiane ?
- 4) Déterminer graphiquement la durée médiane.
- 5) Calculer la durée médiane.

Je m'entraîne seul(e)

49 Calculer la médiane de chaque série.

a) -5 ; 8 ; 12 ; -7 ; 4 ; 1.

b)

Modalité	8	13	14	17	20	22	30	40
Effectif	13	4	7	2	5	15	4	7

50 Calculer la médiane de la série suivante :

Modalité x	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20]
Effectif	15	8	7	10

51 Un pépiniériste a mesuré les sapins qu'il a en stock et il a obtenu la série suivante :

Hauteur (en m)	[0,6 ; 0,8[	[0,8 ; 1[	[1 ; 1,2[	[1,2 ; 1,4]
Nombre de sapins	22	45	52	28

- 1) Établir le tableau des effectifs cumulés croissants.
- 2) Établir le tableau des effectifs cumulés décroissants.
- 3) a) Représenter sur le même graphique la série des effectifs cumulés croissants et la série des effectifs cumulés décroissants.
b) Que représente l'abscisse du point d'intersection de ces deux courbes ?

52 Calcul d'une médiane à partir des médianes de ses sous-groupes

L'objectif de cet exercice est de voir si, comme pour les moyennes, on peut trouver une formule permettant de calculer la médiane d'une série statistique à partir des médianes de sous-groupes.

1) On donne les trois séries statistiques suivantes :
Série A : 2.

Série B : 1 ; 3 ; 3 ; 5.

Série C : 1 ; 2 ; 4 ; 5.

- a) Calculer la médiane de chacune des trois séries.
- b) On regroupe les valeurs des séries A et B. Calculer la médiane de la nouvelle série.
- c) On regroupe les valeurs des séries A et C. Calculer la médiane de la nouvelle série.

2) Pensez-vous qu'il est possible de trouver une formule permettant de calculer la médiane d'une série statistique à partir des médianes de sous-groupes ?

3) On considère maintenant deux séries ayant la même médiane M. Démontrer que si l'on regroupe les valeurs de ces deux séries, alors la médiane de la nouvelle série est égale à M.

Moyenne, médiane, mode et étendue

53 Une enquête téléphonique auprès de 130 foyers portant sur le nombre de pièces de l'habitation principale a permis d'obtenir le graphique suivant.

Nombre de foyers



- 1) Déterminer le mode et l'étendue de la série statistique correspondant à ce graphique.
- 2) a) Calculer le nombre moyen de pièces par habitation principale, puis le nombre médian de pièces.
b) Vérifier avec une calculatrice.

Je m'entraîne seul(e)

54 Déterminer le(s) mode(s) et l'étendue de chaque série.

a) 2 ; 5 ; 2 ; 8 ; 5 ; 4 ; 2.

b)

Modalité	-4	12	15	20
Effectif	3	17	11	17

55 Déterminer la classe modale de la série :

Modalité	[2 ; 5[	[5 ; 8[	[8 ; 10[	[10 ; 15]
Effectif	3	6	2	7

3) Cas d'une série dont les valeurs sont regroupées en classes

Calculer la médiane de la série suivante :

Modalité x	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25]
Effectif	13	24	17	10

Solution commentée

Lorsque les valeurs d'une série statistique sont résumées dans un tableau avec des classes, on ne connaît plus les valeurs exactes de la série, on ne peut donc plus utiliser la propriété 3 du cours.

On cherche la valeur M telle que la moitié des valeurs sont inférieures à M.

- Pour la déterminer, on commence par calculer l'effectif moitié et établir le tableau des effectifs cumulés croissants.

L'effectif total est $13 + 24 + 17 + 10 = 64$; donc l'effectif moitié est : $\frac{64}{2} = 32$.

On établit le tableau des effectifs croissants.

x <	5	10	15	20	25
Effectif cumulé croissant	0	13	37	54	64

- On a alors le choix entre deux méthodes : une méthode graphique ou une méthode algébrique.

- Méthode graphique

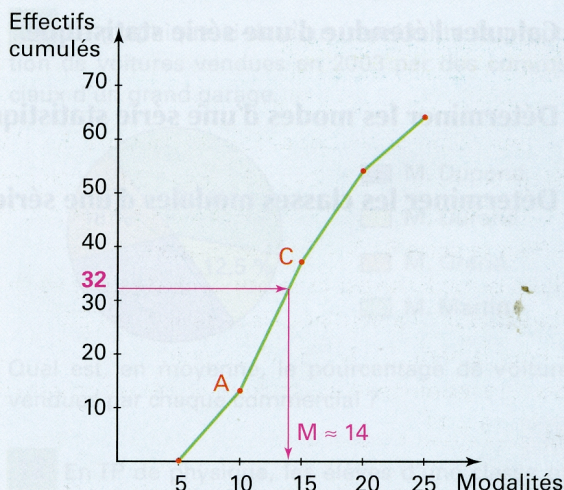
On représente graphiquement le tableau des effectifs cumulés croissants en reportant les valeurs des modalités en abscisse et les effectifs en ordonnée.

On place les points de coordonnées (5 ; 0), (10 ; 13), etc.

On relie ensuite chacun des points par un segment de droite.

On admet alors que la médiane est égale à l'abscisse du point de la représentation graphique dont l'ordonnée est égale à l'effectif moitié, c'est-à-dire 32.

On lit : $M \approx 14$.



- Méthode algébrique

D'après le tableau des effectifs cumulés croissants, 32 est compris entre 13 et 37 ; donc : $M \in [10 ; 15]$.

Pour calculer la médiane, on s'aide du schéma ci-dessous, dans lequel le segment [AC] correspond au segment [AC] de la méthode graphique.

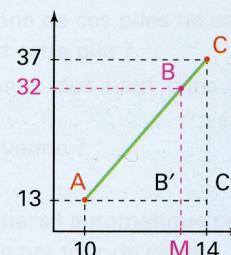
On reconnaît une configuration de Thalès dans le triangle ACC' ;

$$\text{on a donc l'égalité : } \frac{AB'}{AC'} = \frac{BB'}{CC'}$$

$$\text{En remplaçant par les valeurs, on obtient : } \frac{M - 10}{15 - 10} = \frac{32 - 13}{37 - 13}$$

$$\text{c'est-à-dire } M - 10 = \frac{19}{24} \times 5.$$

$$\text{On obtient finalement : } M = \frac{335}{24} \approx 13,9.$$



Remarque : La méthode algébrique donne la valeur exacte de la médiane, alors que la méthode graphique n'en donne qu'une valeur approchée.

On peut aussi calculer la médiane en déterminant une équation de la droite (AC) puis en calculant l'abscisse du point de cette droite qui a pour ordonnée 32.

Seconde 14 - Année Scolaire 2007-2008
Chapitre n°7 : Statistiques ;
page 184 - 209
Programme d'étude :