APPROXIMATION D'UNE LOI PAR UNE AUTRE LOI

$\mathscr{E}$: n tirages sans remise

Loi Hypergéométrique

$$p(X=k)=\frac{C_a^k C_b^{n-k}}{C_{a+b}^n}$$

Si a+b =N, N est grand et $n<\frac{N}{10}$; $p=\frac{a}{N}$

Approximation Loi Binomiale $\mathscr{B}(n,p)$

$\mathscr{E}$: n tirages sans remise

X suit la Loi Binomiale $\mathscr{B}(n,p)$

$p(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$; p=1-q

☞ **LOI BINOMIALE :**

E(X) = np V(X) = npq σ(X) = √npq

Si n ≥ 30 , p ≤ 0,1, np ≤ 10

approximation par $\mathscr{P}(\lambda)$, λ = np

X suit la Loi de Poisson $\mathscr{P}(\lambda)$

$p(X=k)=\lambda^k \frac{e^{-\lambda}}{\lambda!}$; $1 \geq 0$

☞ **LOI DE POISSON :**

E(X) = λ V(X) = λ σ(X) = √λ

Si n ≥ 30 , npq ≥ 10

approximation par $\mathscr{N}\left(np,\sqrt{npq}\right)$

Si λ ≥ 30 ,

approximation par $\mathscr{N}\left(\lambda,\sqrt{\lambda}\right)$

X suit la Loi Normale $\mathscr{N}(m;\sigma)$

de densité de probabilité

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$$

☞ **LOI NORMALE :**

E(X) = m V(X) = σ² σ(X) = σ

La variable aléatoire $T=\frac{X-m}{\sigma}$

suit la Loi Normale Centrée Réduite $\mathscr{N}(0;1)$

de densité de probabilité $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}(x)^2}$

☞ **LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE:**

E(T) = 0 V(T) = 1 σ(T) = 1

EXEMPLE :

Les N boules d'une urne se répartissent en a boules blanches et b boules noires. N = a + b ;
On effectue n tirages dans cette urne.
On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeur k le nombre de boules blanches obtenues après n tirages.

SCHÉMA DE BERNOULLI DÉFINITIONS

❋ EPREUVE DE BERNOULLI :

☞ C'est une épreuve aléatoire qui conduit a deux issues aléatoires contradictoires :
A,A(barre) (échec,réussite),
(favorable,défavorable)
de probabilités respectives p , q = 1-p.

❋ LE SCHEMA DE BERNOULLI consiste ($\mathscr{E}$) à répéter de façon indépendante n fois la même EPREUVE DE BERNOULLI.

❋ Soit X la variable aléatoire associée à ($\mathscr{E}$) prenant pour valeur le nombre d'issues favorables (noté k) :
p(X=k) = [voir ci-dessus] et
E(X) = np , V(X) = npq.

☞ Par convention on dit que :
X suit la loi Binomiale notée $\mathscr{B}$ (n , p)

EXEMPLE :

EPREUVE DE BERNOULLI :

❋ Tirer une boule dans l'urne conduit a deux issues aléatoires contradictoires : boule blanche, boule noire, $p = {}^a/_N$, $q = {}^b/_N$.

SCHEMA DE BERNOULLI ?

❋ $\mathscr{E}$: tirage de n boules parmi N sans remise :

☞ X suit la loi hypergéométrique , p(X=k) =[voir ci-dessus]

☞ Dans le cas où N est grand par rapport à n , on peut considérer que les tirages sont indépendants et faire une approximation de X par la loi binomiale $\mathscr{B}$ (n , p)

❋ $\mathscr{E}$: tirage de n boules parmi N avec remise :on considère dans ce cas que la répétition des tirages les rend indépendants les uns des autres.

☞ X suit la loi binomiale $\mathscr{B}$ (n , p)