Travaux Dirigés n°4

Td n°4 ; BTS ABM 1
Année scolaire 2007/2008
Le 20 Janvier 2008

EXERCICE N°1 :

ETUDE D'UNE POPULATION DE BACTÉRIES INFECTÉES PAR DES PHAGES.

① – Une population de 10^6 bactéries est infectée par une population de phages (particules infectieuses).

A la fin de l'expérience, on a constaté que 65.10^4 bactéries ont été infectées. Quel est le pourcentage de bactéries infectées ?

② – On observe une bactérie au hasard. Soit X la variable aléatoire qui, à toute bactérie aléatoire, associe le nombre de phages infectant cette bactérie. On admet que X suit la loi de Poisson de paramètre m :

❋ a) En calculant p(X=0), justifier le choix du paramètre m=1,05 ;

❋ b) Déterminer à 0,0001 près P(X=1), P(X=2), P(X=3) ;

❋ Quel est le nombre moyen de phages par bactérie infectée ?

EXERCICE N°2 :

ETUDE DE L'ESPÉRANCE DE GAIN D'UNE COMPAGNIE D'ASSURANCES.

① – La variable aléatoire X suit la loi de Poisson de paramètre 1.

Calculer $P(X \leq 3)$;

② – Une compagnie d'assurances assure un parc de 200 véhicules contre un risque qui a la probabilité 0,5 % de survenir.

Frais de gestion déduits, chaque prime souscrite rapporte 160 F à la compagnie, qui verse 10 000 F pour chaque sinistre :

❋ a) Montrer que la variable aléatoire qui associe à tout parc de 200 véhicules le nombre de sinistres peut-être approchée par la loi étudiée au 1°) ;

❋ b) Déterminer à 0,001 près la probabilité qu'a la compagnie de réaliser un bénéfice. Calculer l'espérance de ce bénéfice.

EXERCICE N°3 :

ETUDE DES PANNES DE MACHINES.

Dans un atelier d'une compagnie aérienne, on a constaté que deux machines par jour, en moyenne, tombaient en panne. On suppose que les pannes sont indépendantes les unes des autres.

On suppose que chaque machine hors service exige, d'un mécanicien, une journée complète de réparation.

PROBABILITÉS Loi de Poisson

On note N la variable aléatoire qui, à un jour choisi au hasard, associe le nombre de pannes. On suppose que la loi de probabilité de N est une loi de Poisson.

On note m le nombre de mécaniciens de l'atelier ;

① – Calculer P(N=m), probabilité qu'il n'y ait un et un seul mécanicien disponible pour chaque panne ;

② – Calculer , en fonction de m, la probabilité qu'il n'y ait pas de machine en attente de réparation.

③ – La compagnie souhaite que la probabilité qu'un mécanicien soit disponible lorsqu'une machine tombe en panne soit de 0,95.

Quel nombre minimum de mécaniciens doit-elle affecter à l'atelier ?

EXERCICE N°4 :

ETUDE DES PANNES DE MACHINES.

Une entreprise conditionne et commercialise du sel fin fluoré en sachets portant les mentions :

" Poids net 1 kg et fluorure de potassium 250 mg/kg "

Une machine met le sel en sachets.

La fermeture des sachets est automatisée, mais le mécanisme est quelquefois défectueux. On sait que la variable X qui, à toute année d'utilisation aléatoire, associe le nombre de pannes au cours de cette année d'utilisation, suit une loi de poisson de paramètre λ. Par ailleurs, on a remarqué que les évènements « X=1 » et « X=2 » ont la même probabilité.

① – Montrer que le paramètre de cette loi est 2. On rappelle que pour tout entier k

LOI DE POISSON P(λ)

$$p(X = k) = \lambda^k \frac{e^{-\lambda}}{k!}$$

;

② – Calculer la probabilité que le nombre de pannes dans une année aléatoire soit supérieur ou égal à 6.

EXERCICE N°5 :

ETUDE DES PANNES DE MACHINES.

Une entreprise conditionne et commercialise du sel fin fluoré en sachets portant les mentions :

" Poids net 1 kg et fluorure de potassium 250 mg/kg "

Une machine met le sel en sachets.

La fermeture des sachets est automatisée, mais le mécanisme est quelquefois défectueux. On sait que la variable X qui, à toute année d'utilisation aléatoire, associe le nombre de pannes au cours de cette année d'utilisation, suit une loi de poisson de paramètre λ. Par ailleurs, on a remarqué que les évènements « X=1 » et « X=2 » ont la même probabilité.

① – Montrer que le paramètre de cette loi est 2. On rappelle que pour tout entier k

LOI DE POISSON $P(\lambda)$

$$p(X = k) = \lambda^k \frac{e^{-\lambda}}{k!}$$

;

② – Calculer la probabilité que le nombre de pannes dans une année aléatoire soit supérieur ou égal à 6.

EXERCICE N°4 :

Nombre d'arrivées par jour xi	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de jours ni	2	10	18	22	23	19	12	7	4	2	1

EXERCICE N°5 :

Un chef d'entreprise, pour éviter l'attente des camions venant livrer, envisage si cela s'avère nécessaire, de construire de nouveaux postes de déchargement. Il y en a actuellement cinq. On considère ,pour simplifier l'étude, qu'il faut une journée pour décharger un camion.

Une enquête préalable sur 120 jours ouvrables a donné les statistiques suivantes :

∂ – Déterminer à 10^{-2} près la moyenne, la variance et l'écart-type de cette distribution.

∑ – Soit X la variable aléatoire qui, àun jourchoisi au hasard, associe le nombre de camions venant livrer ce jour. Le responsable fait l'hypothèse que X suit la loi de Poisson de paramètre 4 :

❊ a) Quelle est à 0,0001 près la probabilité de n'avoir aucun camion en attente ?

❊ b) Combien faudrait-il de postes de déchargement pour que la probabilité de n'avoir aucun camion en attente soit supérieur à 0,95 ?

❊ c) On prévoit, pour les années à venir, un doublement des fréquences de livraisons. On admettra que la variable aléatoire Y=2X suit la loi de Poisson de paramètre 8. Combien faudrait-il de postes de déchargement pour que la probabilité de n'avoir aucun camion en attente soit supérieure à 0,95 ?

Loi de poisson : Ex n°4 JJL

ci	ni	ni.ci	ci - x = ei	ei.ei	ni ei.ei	ci.ci	ni ci.ci	f %	f cum %
0	2	0	-4,00	16,00	32	0	0	0,01667	0,01667
1	10	10	-3,00	9,00	90,00	1	10	0,08333	0,10000
2	18	36	-2,00	4,00	72,00	4	72	0,15000	0,25000
3	22	66	-1,00	1,00	22,00	9	198	0,18333	0,43333
4	23	92	0,00	0,00	0,00	16	368	0,19167	0,62500
5	19	95	1,00	1,00	19,00	25	475	0,15833	0,78333
6	12	72	2,00	4,00	48,00	36	432	0,10000	0,88333
7	7	49	3,00	9,00	63,00	49	343	0,05833	0,94167
8	4	32	4,00	16,00	64,00	64	256	0,03333	0,97500
9	2	18	5,00	25,00	50,00	81	162	0,01667	0,99167
10	1	10	6,00	36,00	36,00	100	100	0,00833	1,00000
Total	**120**	**480,00**			**496,00**		**2416,00**		
Moyenne :		**4,00**			**4,13**		**4,13**		
Ecart-type :					**2,03**		**2,03**		
Moyenne :		**4**			**4 2/15**		**4 2/15**		
Ecart-type :					**2 1/30**		**2 1/30**		

☞ **Exercice n°1 :**

La masse de la terre est de $6 . 10^{21}$ tonnes, combien faudrait-il de pommes de terre de masse 150 grammes pour obtenir la masse de la terre ?

Exercice n°2 :

Calculer la hauteur d'un cylindre connaissant son volume : 120 cm^3 et son rayon 5 cm. Donner la formule et la séquence de calcul.