Première ES3 - Année Scolaire 2007-2008
Chapitre n°6 : Dérivation
Page 147 - 182
Programme d'étude :

Avant-Propos:
C'est la partie majeure du programme .

Contenu :

Le contenu est parfaitement regroupé dans le livre à la synthèse page 166, ce contenu est à savoir par coeur ;

Progression :

Leçon n°1 : Voisinage d'un point , tangente et fonction dérivée ;
Leçon n°2 : Dérivées usuelles et calcul de dérivées;
Leçon n°3 : Etude de fonctions, sens de variation, équation de la tangente en un point ;
Leçon n°4 : Fonctions de coûts ; problème résolu page 161 ;

L'essentiel du cours, et les exercices corrigés :

Dérivées usuelles, opérations sur les dérivées : page 156 ;
Dérivée et sens de variation : page 158
Travaux dirigés n°3 page 164 ;

Les exercices d'entraînement :

Lecture graphique et équations de tangente ;
Ex n°28 page 170 ;

Calcul de dérivées ;
Ex n°39 & 40 & 44 page 173 :

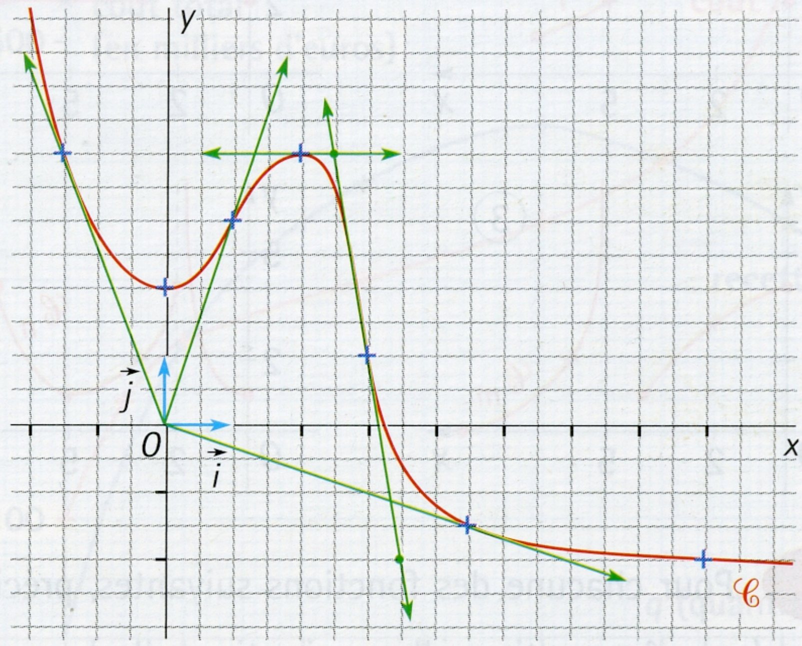
Problèmes ;
Exercices n°85 page 177 ;

Devoir maison :
Exercices n°86 page 177 & n°96 page 180 ;

Exclusion du cours :
Exercices n°88 page 178 :

Programme d'étude :

28 ★ La fonction f est représentée ci-dessous par la courbe $\mathscr{C}$. On connaît quelques tangentes à $\mathscr{C}$.



1° Lire graphiquement :
$f'(1)$; $f'(4,5)$; $f'(-1,5)$; $f'(3)$; $f'(0)$ et $f'(2)$.

2° Donner une équation de chacune des tangentes passant par l'origine, puis de chacune des tangentes horizontales.

3° Sur l'intervalle $[-2 ; 9]$, d'après la forme de la courbe $\mathscr{C}$ donnée, existe-t-il un autre point de $\mathscr{C}$ où la tangente passe par l'origine ?

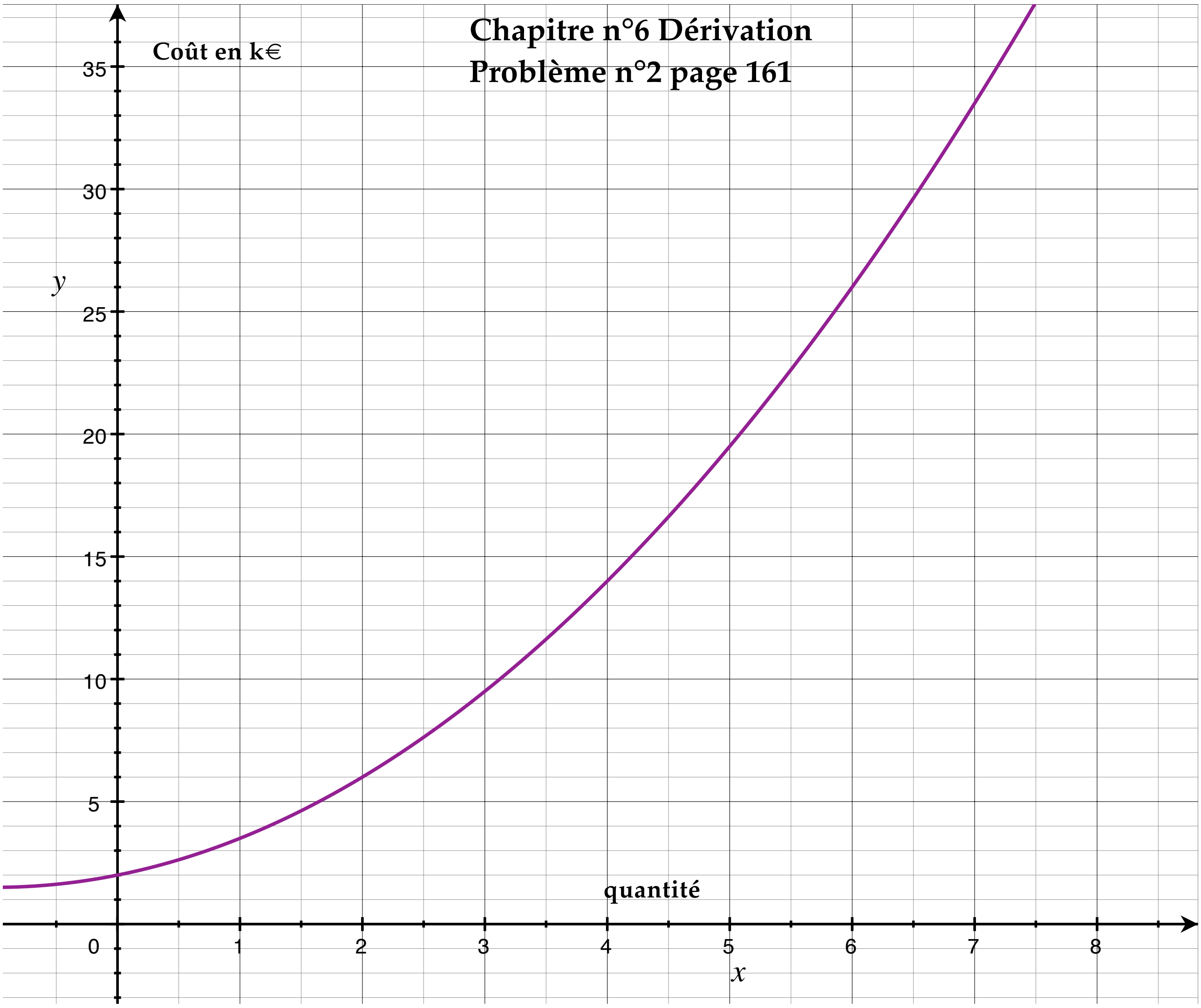
29 ★ Construire la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4 ; 6]$, telle que :

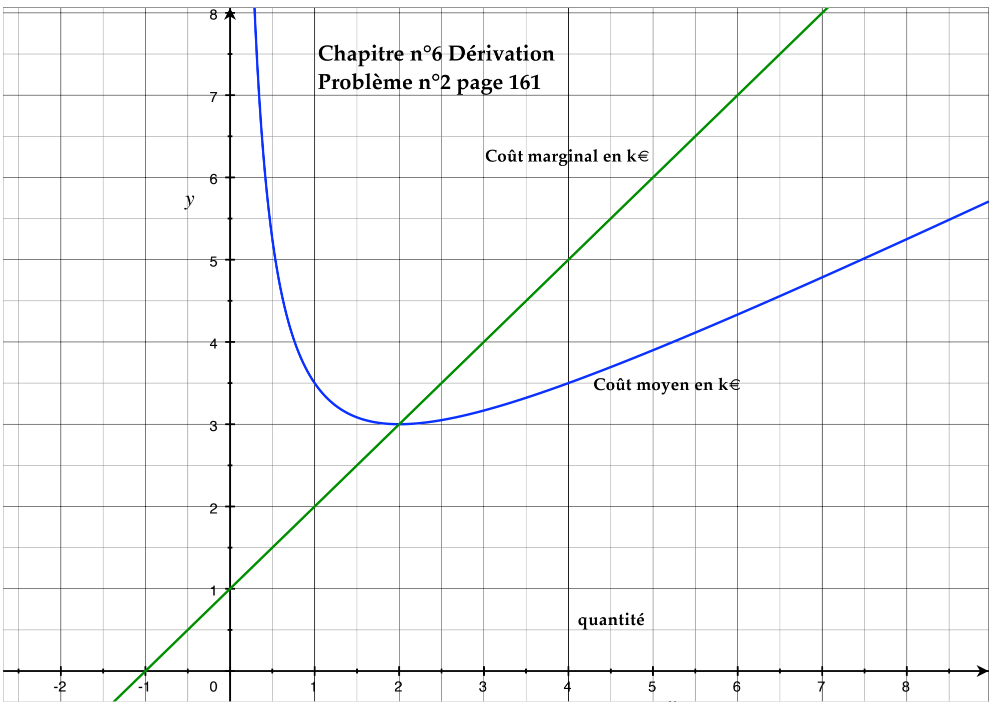
x	-4	-2	-1	0	2	4	6
$f(x)$	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	4	3	$\frac{5}{2}$

et connaissant les nombres dérivés :

$f'(-2) = 1$; $f'(0) = \frac{4}{3}$; $f'(2) = 0$ et $f'(4) = -\frac{2}{5}$.

Programme d'étude :

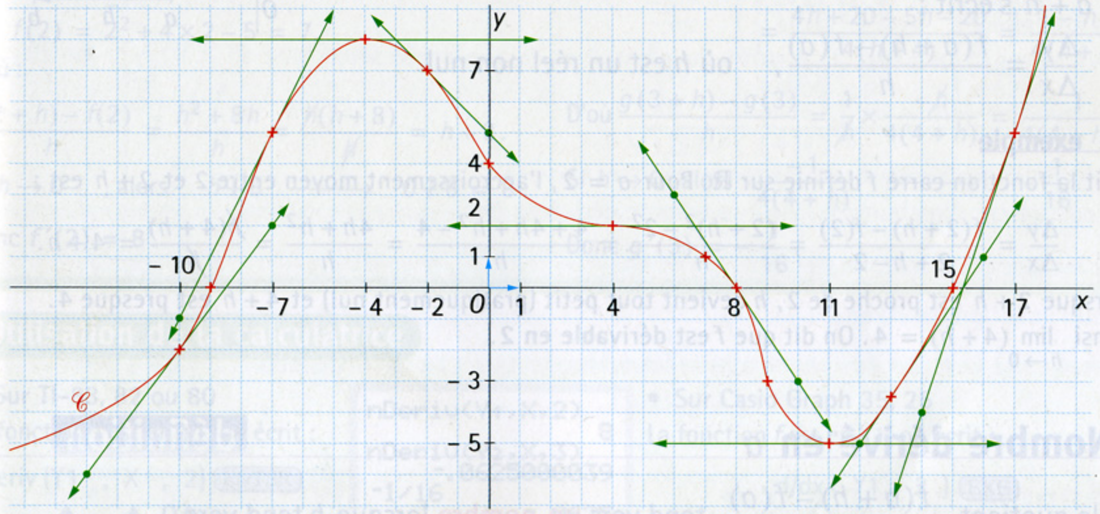




Programme d'étude :

5 Lien entre sens de variation et dérivée

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et telle que, en tout point M mobile de la courbe $\mathscr{C}$, il existe une seule tangente à $\mathscr{C}$:

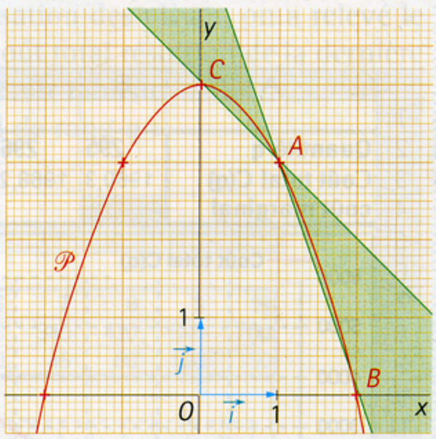


1° Dresser le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$.
2° On note $f'(a)$ le coefficient directeur de la droite verte (tangente) au point d'abscisse a. Lire $f'(-10)$, $f'(-7)$, $f'(-4)$, $f'(-2)$, $f'(4)$, $f'(8)$, $f'(11)$, $f'(13)$ et $f'(17)$.
3° Suivant les intervalles où la fonction garde le même sens de variation, donner le signe du coefficient directeur de la tangente.

3 Sécantes à une courbe en un point

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4$ et $\mathscr{P}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

On se propose d'étudier le coefficient directeur des sécantes à $\mathscr{P}$ au point $A(1;3)$.



1° Calculer les coefficients directeurs des droites (AC) et (AB) du graphique.
2° On considère le point M de la parabole $\mathscr{P}$ ayant pour abscisse $1+h$, où h est un petit nombre non nul.
a) D'une façon générale, vérifier que le coefficient directeur de la sécante (AM) est :

$$m = \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -2 - h.$$

b) Que devient m lorsque h tend vers 0, c'est-à-dire devient pratiquement nul ?

Première ES3 - Année Scolaire 2007-2008
Chapitre n°6 : Dérivation
Page 147 - 182
Programme d’étude :

Fonction carré

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(0,5+x)	**0,5**	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,5	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55
(0,5+x)^2		0,2025	0,2116	0,2209	0,2304	0,2401	0,25	0,2601	0,2704	0,2809	0,2916	0,3025
Valeur approchée		**0,203**	**0,212**	**0,221**	**0,230**	**0,240**	**0,250**	**0,260**	**0,270**	**0,281**	**0,292**	**0,303**
				0,221	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,281		
Coeff Directeur				**0,96667**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1,03333**		

Fonction inverse

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(1+x)	**1**	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05
(1+x)^2		0,9025	0,9216	0,9409	0,9604	0,9801	1	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025
Valeur approchée		**0,903**	**0,922**	**0,941**	**0,960**	**0,980**	**1,000**	**1,020**	**1,040**	**1,061**	**1,082**	**1,103**
				0,941	0,96	0,98	1	1,02	1,04	1,061		
Coeff Directeur				**1,96667**	**2**	**2**		**2**	**2**	**2,03333**		

Fonction carré

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(2+x)	**2**	1,95	1,96	1,97	1,98	1,99	2	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05
(2+x)^2		3,8025	3,8416	3,8809	3,9204	3,9601	4	4,0401	4,0804	4,1209	4,1616	4,2025
Valeur approchée		**3,803**	**3,842**	**3,881**	**3,920**	**3,960**	**4,000**	**4,040**	**4,080**	**4,121**	**4,162**	**4,203**
				3,881	3,92	3,96	4	4,04	4,08	4,121		
Coeff Directeur				**3,96667**	**4**	**4**	**0**	**4**	**4**	**4,03333**		

Fonction carré

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(0,5+x)	**3**	2,95	2,96	2,97	2,98	2,99	3	3,01	3,02	3,03	3,04	3,05
(0,5+x)^2		8,7025	8,7616	8,8209	8,8804	8,9401	9	9,0601	9,1204	9,1809	0,328947	0,327869
Valeur approchée		**8,703**	**8,762**	**8,821**	**8,880**	**8,940**	**9,000**	**9,060**	**9,120**	**9,181**	**0,329**	**0,328**
				8,821	8,88	8,94	9	9,06	9,12	9,181		
Coeff Directeur				**5,96667**	**6**	**6**	**0**	**6**	**6**	**6,03333**		

Fonction inverse

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(0,5+x)	**0,5**	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,5	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55
1/(0,5+x)		2,22222222	2,17391304	2,12765957	2,08333333	2,04081633	2	1,96078431	1,92307692	1,88679245	1,85185185	1,81818182
Valeur approchée		**2,222**	**2,174**	**2,128**	**2,083**	**2,041**	**2,000**	**1,961**	**1,923**	**1,887**	**1,852**	**1,818**
				2,13	2,08	2,04	2	1,96	1,92	1,89		
Coeff Directeur				**-4,3333**	**-4,0000**	**-4,0000**	**0,0000**	**-4,0000**	**-4,0000**	**-3,6667**		

Fonction inverse

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(1+x)	**1**	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05
1/(1+x)		1,05263158	1,04166667	1,03092784	1,02040816	1,01010101	1	0,99009901	0,98039216	0,97087379	0,96153846	0,95238095
Valeur approchée		**1,053**	**1,042**	**1,031**	**1,020**	**1,010**	**1,000**	**0,990**	**0,980**	**0,971**	**0,962**	**0,952**
				1,031	1,02	1,01	1	0,99	0,98	0,971		
Coeff Directeur				**-1,0333**	**-1,0000**	**-1,0000**		**-1,0000**	**-1,0000**	**-0,9667**		

Fonction inverse

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(2+x)	**2**	1,95	1,96	1,97	1,98	1,99	2	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05
1/(2+x)		0,51282051	0,51020408	0,50761421	0,50505051	0,50251256	0,5	0,49751244	0,4950495	0,49261084	0,49019608	0,48780488
Valeur approchée		**0,51282**	**0,51020**	**0,50761**	**0,50505**	**0,50251**	**0,50000**	**0,49751**	**0,49505**	**0,49261**	**0,49020**	**0,48780**
				0,5075	0,505	0,5025	0,5	0,4975	0,495	0,4925		
Coeff Directeur				**-0,2500**	**-0,2500**	**-0,2500**	**0,0000**	**-0,2500**	**-0,2500**	**-0,2500**		

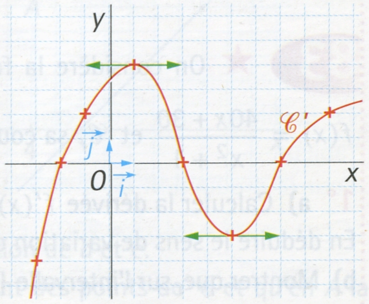
Fonction inverse

x		-0,005	-0,004	-0,003	-0,002	-0,001	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005
(4+x)	**4**	3,995	3,996	3,997	3,998	3,999	4	4,001	4,002	4,003	4,004	4,005
1/(4+x)		0,25031289	0,25025025	0,25018764	0,25012506	0,25006252	0,25000000	0,24993752	0,24987506	0,24981264	0,24975025	0,24968789
Valeur approchée		**0,2503129**	**0,2502503**	**0,2501876**	**0,2501251**	**0,2500625**	**0,2500000**	**0,2499375**	**0,2498751**	**0,2498126**	**0,2497502**	**0,2496879**
				0,2501875	0,250125	0,2500625	0,25	0,2499375	0,249875	0,2498125		
Coeff Directeur				**-0,0625**	**-0,0625**	**-0,0625**	**0,0000**	**-0,0625**	**-0,0625**	**-0,0625**		

Programme d'étude :

2. Sens de variation et graphique

75 La courbe $\mathscr{C}'$ est la courbe représentative de la dérivée f' d'une fonction f, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

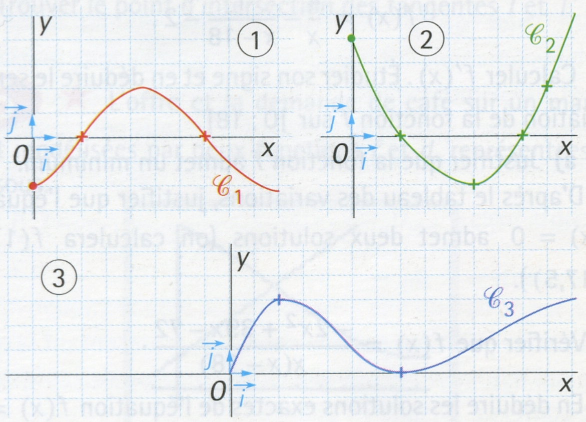


D'après ce graphique, donner le signe de $f'(x)$.
En déduire les variations de f.
Préciser le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

76 f est une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$. D'après son tableau des variations :

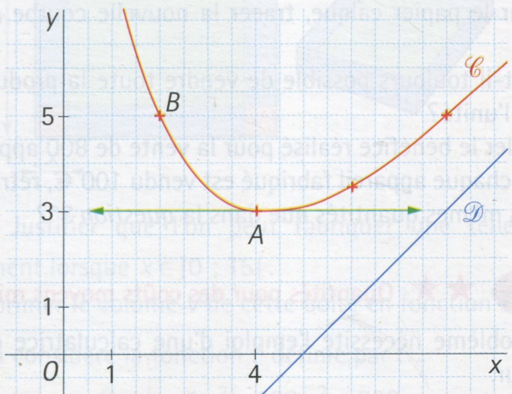
x	0		2		7		$+\infty$
$f(x)$		↗		↘		↗	

Quelle est, parmi les trois courbes ci-après, la représentation de sa dérivée ? Justifier.



1. À partir de graphiques

85 **1°** La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x}$, où a, b et c sont des réels à déterminer.



a) Calculer $f'(x)$ en fonction de a et c.

b) Exprimer que A et B sont des points de $\mathscr{C}$ et qu'en A la tangente à $\mathscr{C}$ est horizontale.

c) En déduire un système d'inconnues a, b et c ; le résoudre et en déduire l'expression $f(x)$.

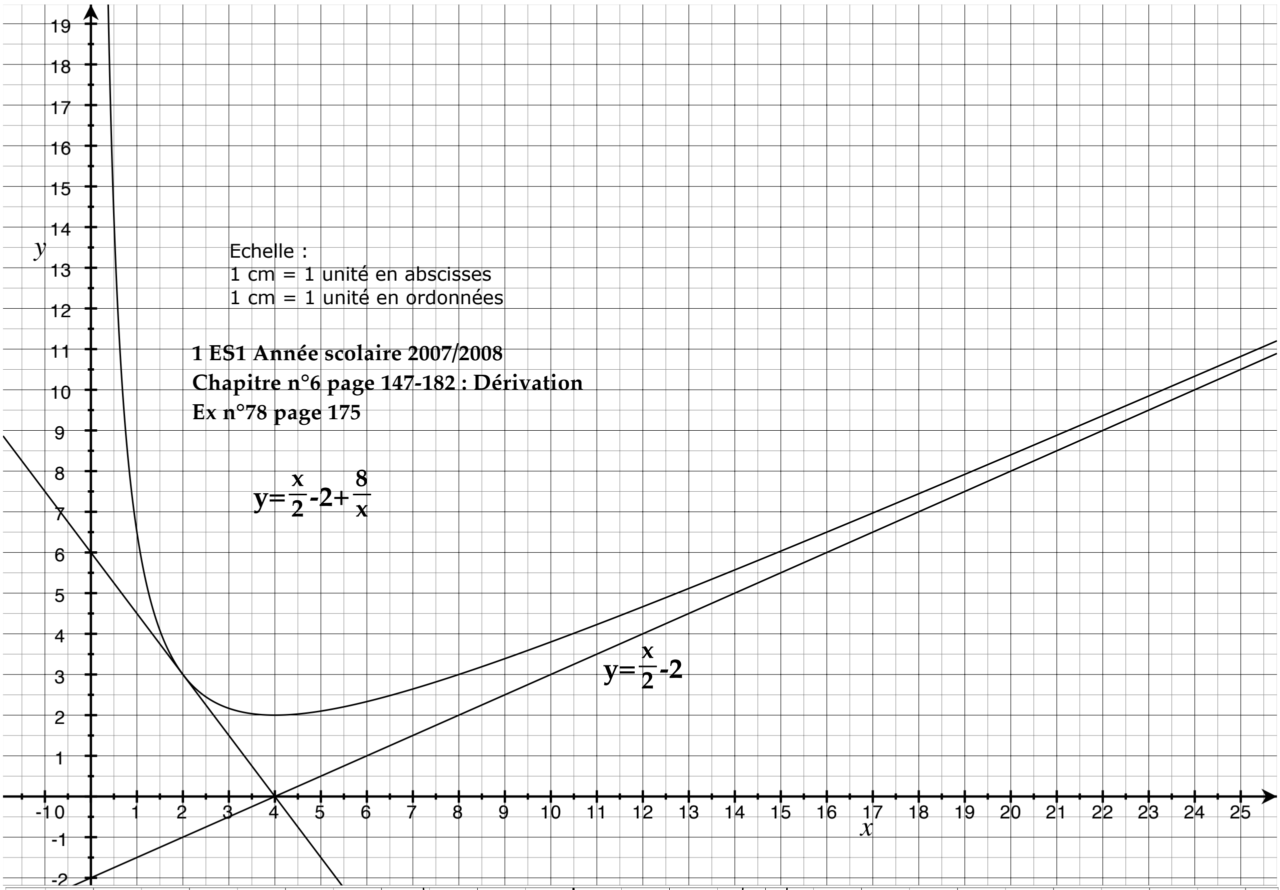
2° a) Étudier le sens de variation de la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=x-5+\dfrac{16}{x}$.

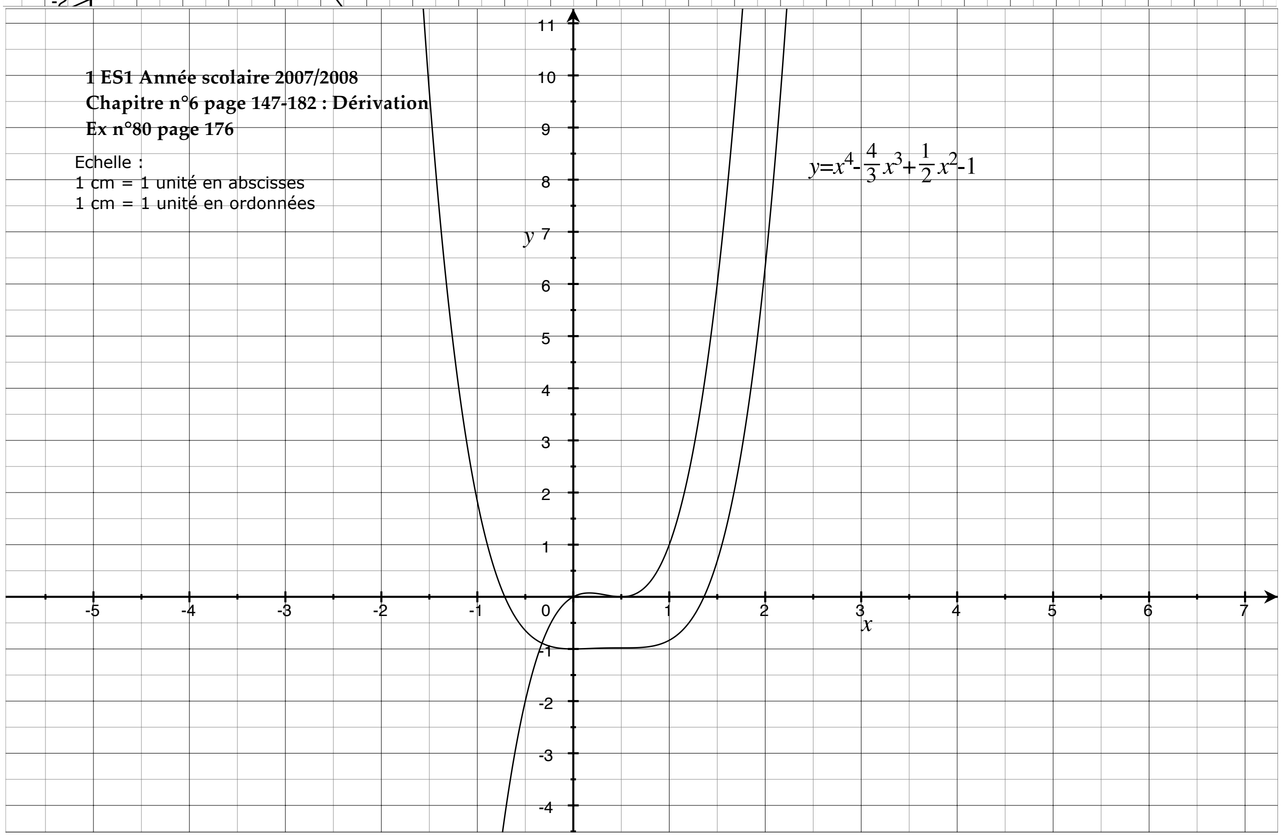
b) Soit $\mathscr{D}$ la droite d'équation $y=x-5$.
Étudier le signe de $f(x)-(x-5)$. En déduire la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la droite $\mathscr{D}$.

c) Déterminer l'équation réduite de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 et de la tangente T' au point d'abscisse 8.

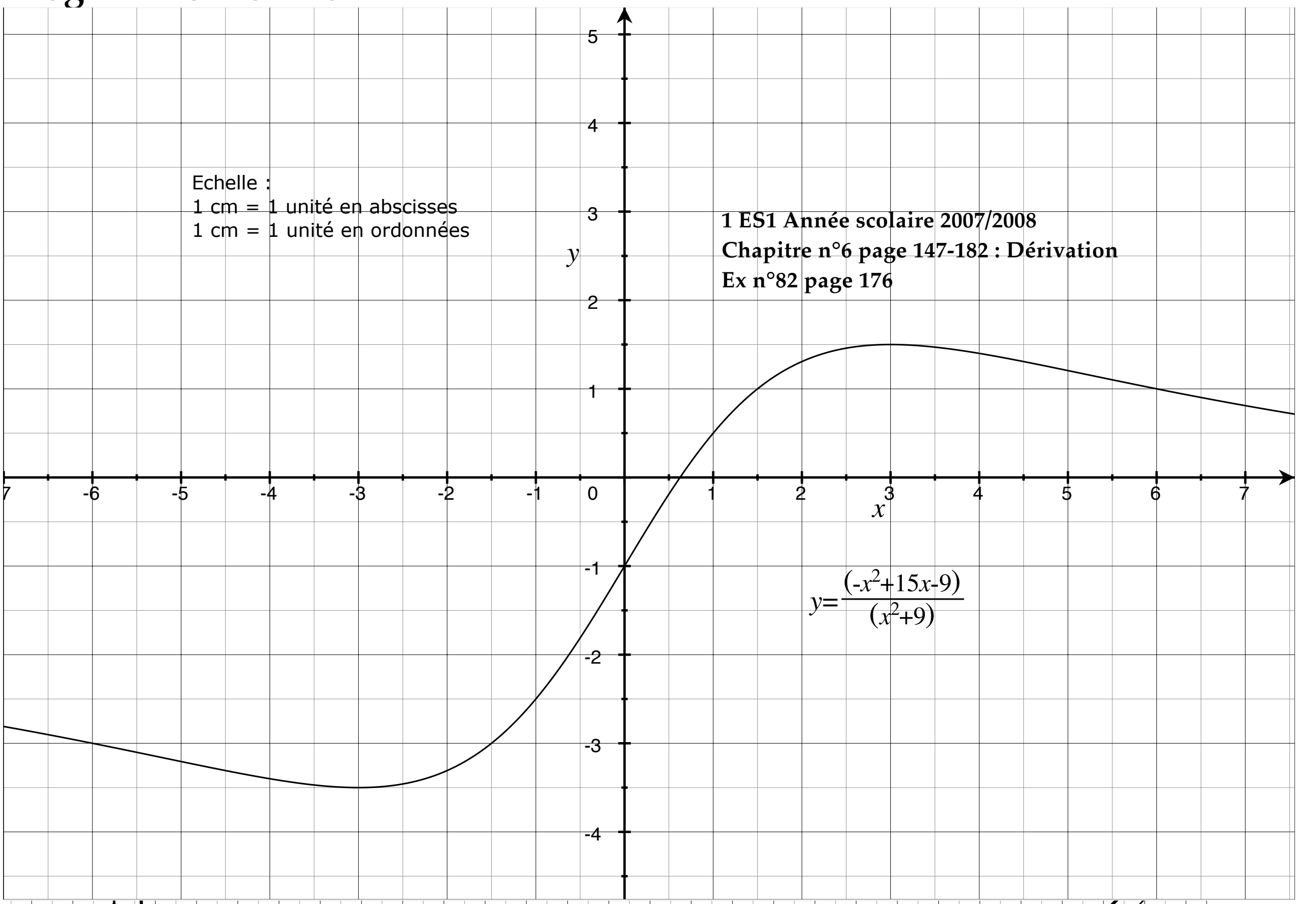
d) Trouver le point d'intersection des tangentes T et T'.

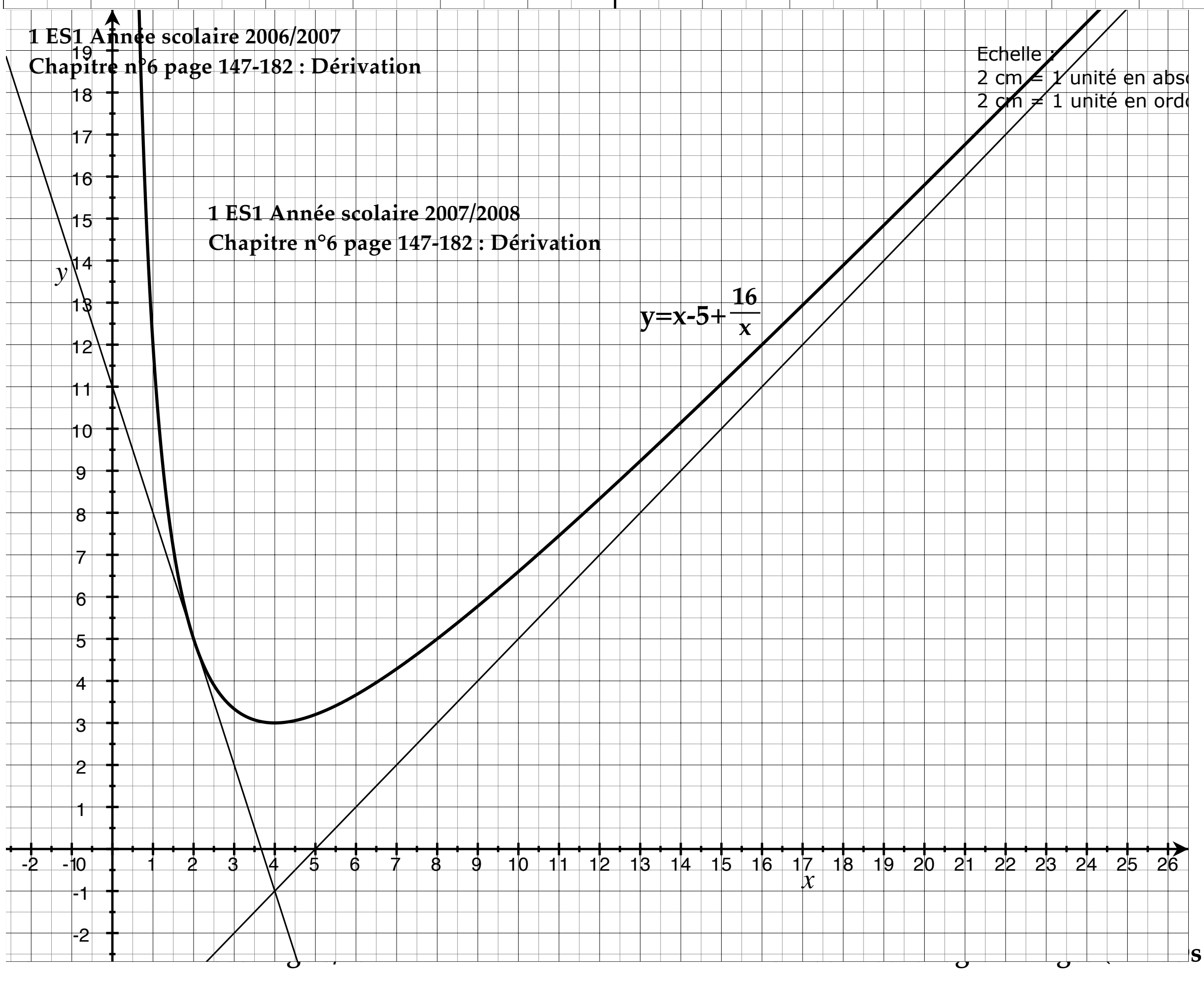
Programme d'étude :





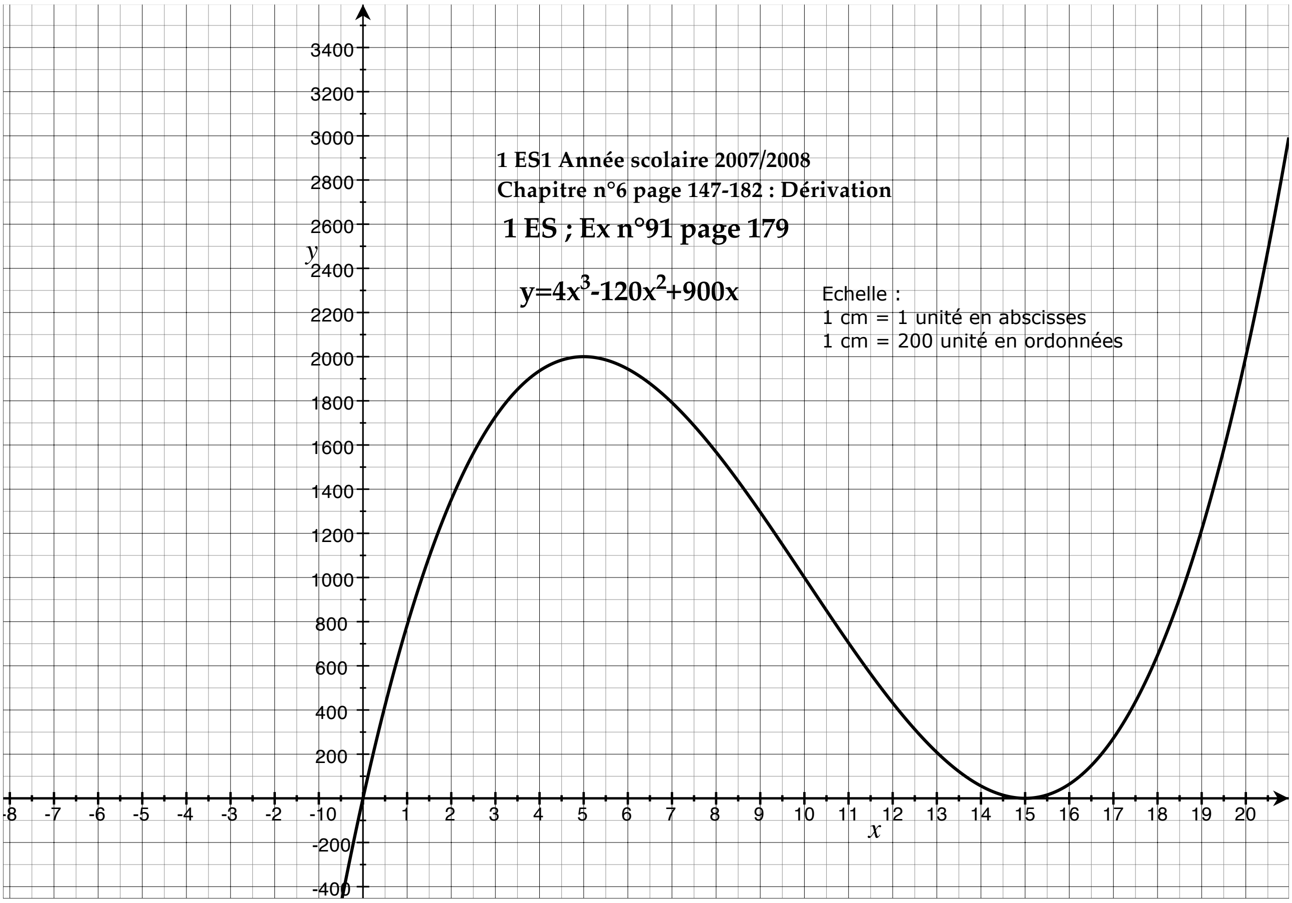
Première ES3 - Année Scolaire 2007-2008
Chapitre n°6 : Dérivation
Page 147 - 182
Programme d'étude :

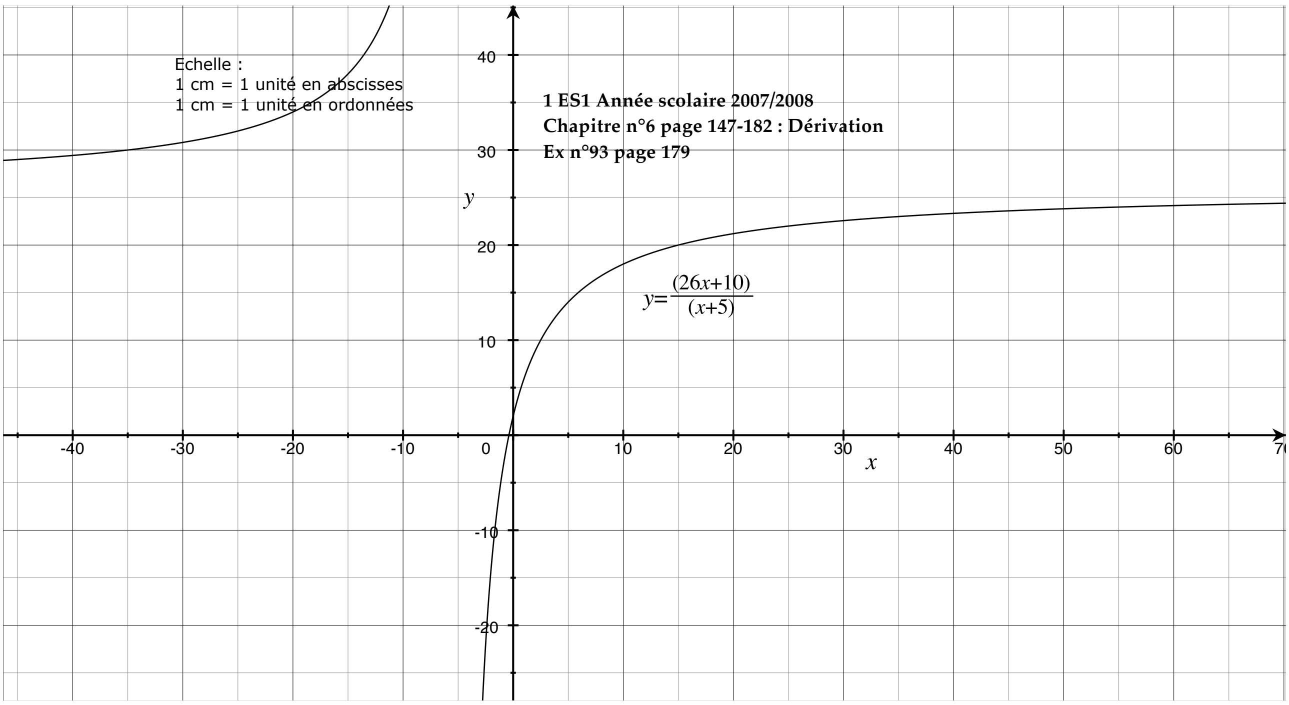




s X)

Programme d'étude :





Programme d'étude :