

Première ES Spécialité - Année Scolaire 2006-2007  
Chapitre n°10 : Géométrie dans l'espace  
Devoir en classe n°7bis



EXERCICE 2  Baccalauréat ES Polynésie juin 2007  5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise fabrique des savons et des bougies parfumées en quantités respectives  $x$  et  $y$  exprimées en tonnes.

Le coût total de production  $z$ , exprimé en milliers d'euros, est donné par la relation  $z = 2x^2 - 8x + y^2 - 6y + 18$  avec  $x \in [0 ; 6]$  et  $y \in [0 ; 8]$ .

1. La surface  $\mathcal{S}$  représentant le coût en fonction de  $x$  et  $y$  dans un repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est donnée sur la feuille annexe 1, figure 1.

*L'annexe 1 sera rendue complétée avec la copie.*

- a. Le point  $A(3 ; 2 ; 3)$  appartient-il à la surface  $\mathcal{S}$  ? Justifier.
- b. Placer sur la figure 1 le point  $B$  d'abscisse 5 et d'ordonnée 2 qui appartient à  $\mathcal{S}$ .
- c. Soit  $y = 2$ . Exprimer alors  $z$  sous la forme  $z = f(x)$  puis donner la nature de la section de la surface  $\mathcal{S}$  par le plan d'équation  $y = 2$  en justifiant.

2. La fabrication de  $x$  tonnes de savons et de  $y$  tonnes des bougies parfumées engendre la contrainte  $x + y = 5$ .

- a. Quelle est la nature de l'ensemble des points de l'espace dont les coordonnées vérifient  $x + y = 5$  ?

- b. Vérifier que, sous la contrainte  $x + y = 5$ ,  $z$  peut s'écrire sous la forme  $z = g(x)$  avec  $g(x) = 3x^2 - 12x + 13$ .

- c. Déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle  $g$  admet un minimum puis la valeur de  $y$  et le coût de production  $z$  qui correspondent. On note  $C$  le point de la surface  $\mathcal{S}$  qui correspond à ce coût minimum.

- d. On donne, sur la feuille annexe 1, figure 2, la projection orthogonale de la surface  $\mathcal{S}$  sur le plan  $(xOy)$  (« vue de dessus de la surface  $\mathcal{S}$  »).

Construire sur cette figure 2 la projection orthogonale sur le plan  $(xOy)$  des points dont les coordonnées vérifient  $x + y = 5$ .

Placer sur cette figure 2 le point  $C_1$ , projeté orthogonal du point  $C$  sur le plan  $(xOy)$ .

○ P  
○  
○



Première ES Spécialité - Année Scolaire 2006-2007  
Chapitre n°10 : Géométrie dans l'espace  
Devoir en classe n°7bis ANNEXE 1 : Exercice 2 (spécialité)

À rendre avec la copie

Figure 1

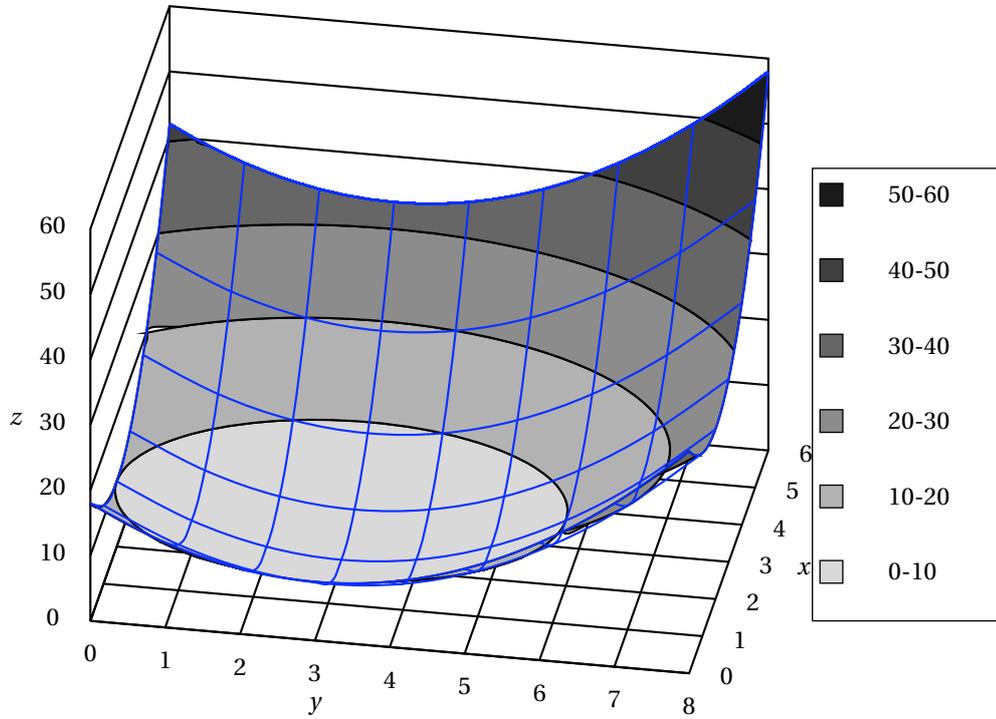


Figure 2

