

Seconde 07-09 - Année Scolaire 2009-2010 FONCTIONS AFFINES

I — Définitions :

Soit a et b deux nombres réels.

Toute fonction définie pour tout nombre réel x par une expression de la forme $f(x)=ax+b$ est appelée fonction affine.

☞ Lorsque $a=0$, c'est à dire $f(x)=b$, on dit que la fonction f est constante.

☞ Lorsque $b=0$, c'est à dire $f(x)=ax$, on dit que la fonction f est linéaire.

Par exemple : $f(x)=$

☞ Autres définitions :

① le nombre a est appelé coefficient directeur de la fonction ,
 A et B étant deux points distincts ;

$$a = \frac{\text{accroissement de } f}{\text{accroissement de } x} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}$$

② le nombre b est appelé ordonnée à l'origine de la fonction ;

II — Représentation graphique d'une fonction affine :

Soit la droite (D) représentant la fonction affine d'expression $f(x) = ax + b$.

① le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite ;

② le nombre b est appelé ordonnée à l'origine de la droite ;

On dit que la droite a pour équation $y = ax + b$.

☞ Autres définitions :

① a est appelé coefficient directeur de la fonction , A et B étant deux points distincts ;

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

② b est l'ordonnée à l'origine ;

III — Sens de variation d'une fonction affine :

Soit la fonction affine d'expression $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$.

Démontrons que :

Si $a > 0$, alors la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$

Si $u \leq v$ alors $au \leq av$, alors $au + b \leq av + b$, alors $f(u) \leq f(v)$

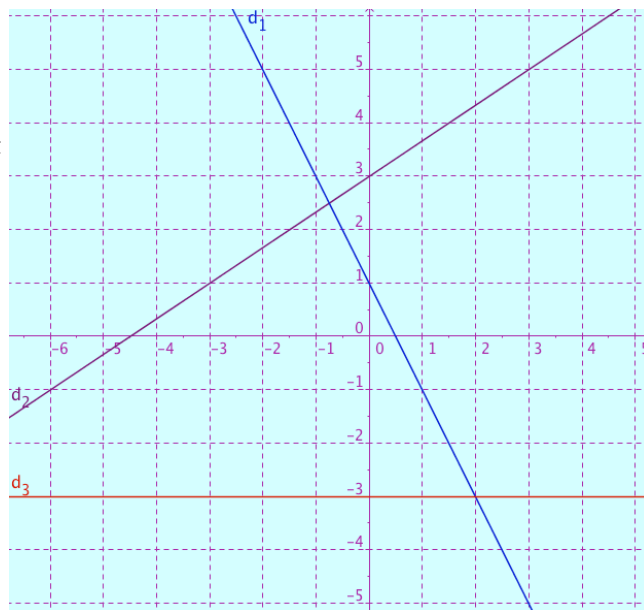
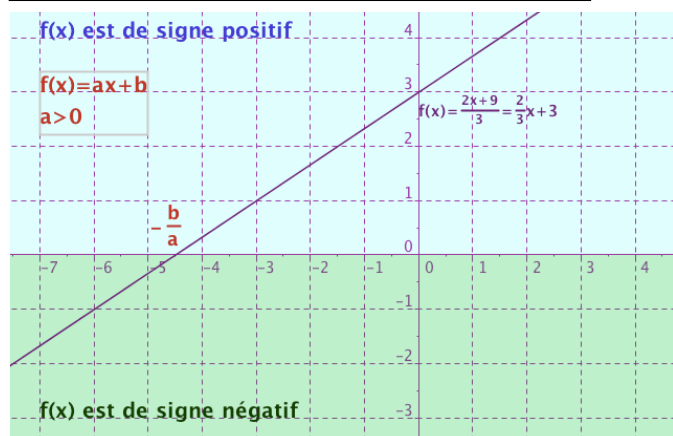
Ce qui démontre que f est croissante sur $\mathbb{R}$

Tableau de variation de $f: f(x) = ax + b$, $a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x) = ax + b$	↗	

Tableau de signe de l'expression $f(x) = ax + b$, $a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $f(x) = ax + b$	signe de -a	0	signe de a
	négatif	0	positif



Il y a proportionnalité des accroissements de la fonction et de la variable.

Si $a < 0$, alors la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$

Si $u \leq v$ alors $au \geq av$, alors $au + b \geq av + b$, alors $f(u) \geq f(v)$

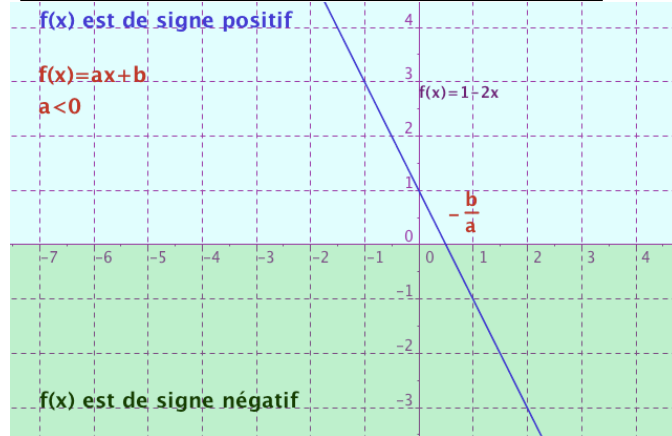
Ce qui démontre que f est décroissante sur $\mathbb{R}$

Tableau de variation de $f: f(x) = ax + b$, $a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x) = ax + b$	↘	

Tableau de signe de l'expression $f(x) = ax + b$, $a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $f(x) = ax + b$	signe de -a	0	signe de a
	positif	0	négatif



Exercice n°1 :

Une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ est telle que $f(1) = 2$ et $f(4) = 5$;

- ☞ ① Calculer a et b puis tracer sa représentation graphique.
- ☞ ② Idem avec $f(0) = 2$ et $f(1) = 3$; idem avec $f(2) = 0$ et $f(3) = 6$.

Exercice n°2 :

Sans aucun calcul, tracer les représentations graphiques des fonctions affines suivantes

$$1^\circ) f(x) = -3x + 6 \quad 2^\circ) f(x) = 5x + 1 \quad 3^\circ) f(x) = \frac{1}{3}x + 2$$

Exercice n°3 :

Tracer sans aucun calcul la droite passant par A et de coefficient directeur a . Déterminer une équation de chacune de ces droites.

$$\begin{aligned} 1^\circ) a = 3 \quad A(0; 2) \\ 2^\circ) a = 1/4 \quad A(-4; -1) \\ 3^\circ) a = 5/7 \quad A(1, 0) \end{aligned}$$

Exercice n°4 :

Déterminer une équation de (AB) dans chacun des cas suivants

$$1^\circ) A(1; 5) \quad B(-2; 1) \quad 2^\circ) A(-5; 2) \quad B(3; -1)$$

Exercice n°5 :

Pour chacune des fonctions affines définies ci-dessous :

$$1^\circ) f(x) = 5 - x \quad 2^\circ) f(x) = \frac{-3x + 2}{5} \quad 3^\circ) f(x) = -\frac{1}{4}(3 - x)$$

- ☞ ① Démontrer le sens de variation de chacune de ces fonctions affines ;
- ☞ ② Etablir ensuite le tableau de variation de chaque fonction ;
- ☞ ③ Etablir le tableau de signe de chaque fonction ;
- ☞ ④ Résoudre les inéquation suivantes :

$$1^\circ) 5 - x \geq 0 \quad 2^\circ) \frac{-3x + 2}{5} \leq 0 \quad 3^\circ) -\frac{1}{4}(3 - x) < 0$$

Exercice n°6 :

Soit la fonction affine définie par $f(x) = -4x + 3$.

- a) Dans un repère, représenter graphiquement f .
- b) Résoudre par le calcul, $f(x) = 0$.
- c) En déduire, en justifiant, la résolution de l'inéquation $f(x) < 0$

Exercice n°7 :

Un ticket de bus coûte 1,20 €.

Mais on peut aussi prendre un abonnement annuel de 30 €, dans ce cas le trajet coûte 1 €.

On note x le nombre de trajets effectués en bus dans l'année.

- ☞ ① Donner l'expression de la fonction

f qui à x associe le prix total sans abonnement : $f(x)$;

g qui à x associe le prix total avec abonnement : $g(x)$;

- ☞ ② Donner l'expression réduite de la fonction h définie par $h(x) = f(x) - g(x)$; Que représente $h(x)$?

- ☞ ③ A partir de combien de trajets effectués dans l'année l'abonnement est-il intéressant ?