2nde 07-09 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°8 : Fonction Carré page 120 - 144
Travaux Dirigés :

EXERCICE N°1 :

DISTANCE D'ARRÊT D'UN VÉHICULE :

La distance d'arrêt d'une voiture est égale à la distance parcourue pendant le temps de réaction du conducteur augmentée de la distance de freinage.

Dans cette étude, on suppose que pour une voiture donnée et son conducteur:

☞ la distance parcourue pendant le temps de réaction est fonction de la vitesse et dépend de deux états possibles du conducteur: conducteur en forme ou conducteur fatigué ;

☞ la distance de freinage de la voiture est fonction de la vitesse et dépend de deux états possibles de la route : route sèche ou route mouillée.

Les résultats demandés seront obtenus par lecture graphique, avec la précision permise par les graphiques donnés. Toute donnée sera justifiée par un point repéré par ses coordonnées et nommé par une lettre majuscule.

Partie A: Etude de la distance parcourue pendant le temps de réaction en fonction de la vitesse.

Annexe 1 page 2 .

① La distance parcourue pendant le temps de réaction est-elle proportionnelle à la vitesse? Justifier la réponse.

☞ Le conducteur en forme roule à 50 km/h.

Quelle distance parcourt-il pendant son temps de réaction?

② Par combien, environ, est multipliée cette distance lorsque ce conducteur roule 100 km/h?

☞ Le conducteur fatigué parcourt 50 mètres pendant son temps de réaction.

③ A quelle vitesse roule t-il? -

Partie B: Etude de la distance de freinage en fonction de la vitesse.

Annexe 2 page 3 .

① La distance de freinage est-elle proportionnelle à la vitesse? Justifier la réponse.

☞ Le conducteur roule à 50 km/h sur une route sèche.

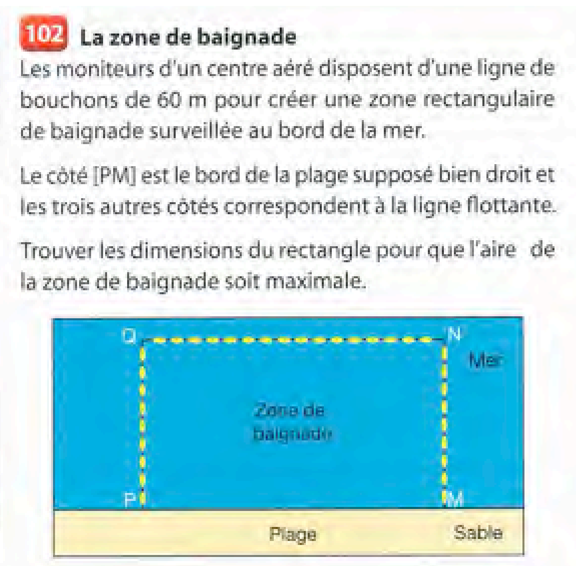
Quelle est sa distance de freinage?

② Par combien, environ, est multipliée cette distance lorsque le conducteur roule à 100 km/h?

☞ Le conducteur roule à 130 km/h.

③ Par combien, environ, est multipliée la distance de freinage entre un arrêt sur route sèche et un arrêt sur route mouillée?

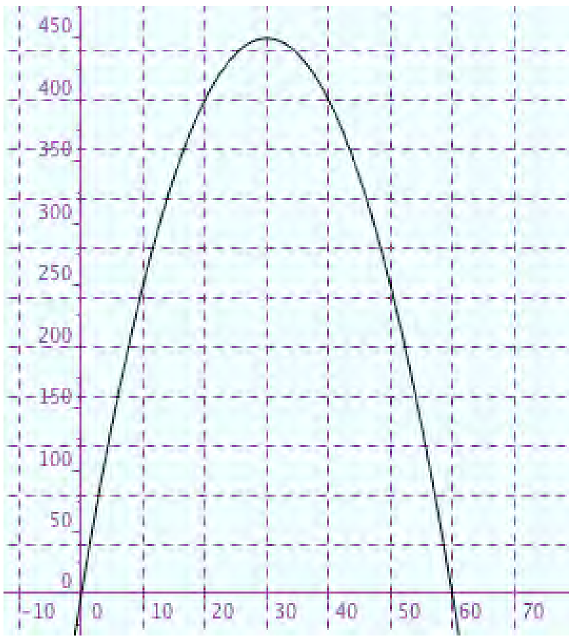
EXERCICE N°2 :

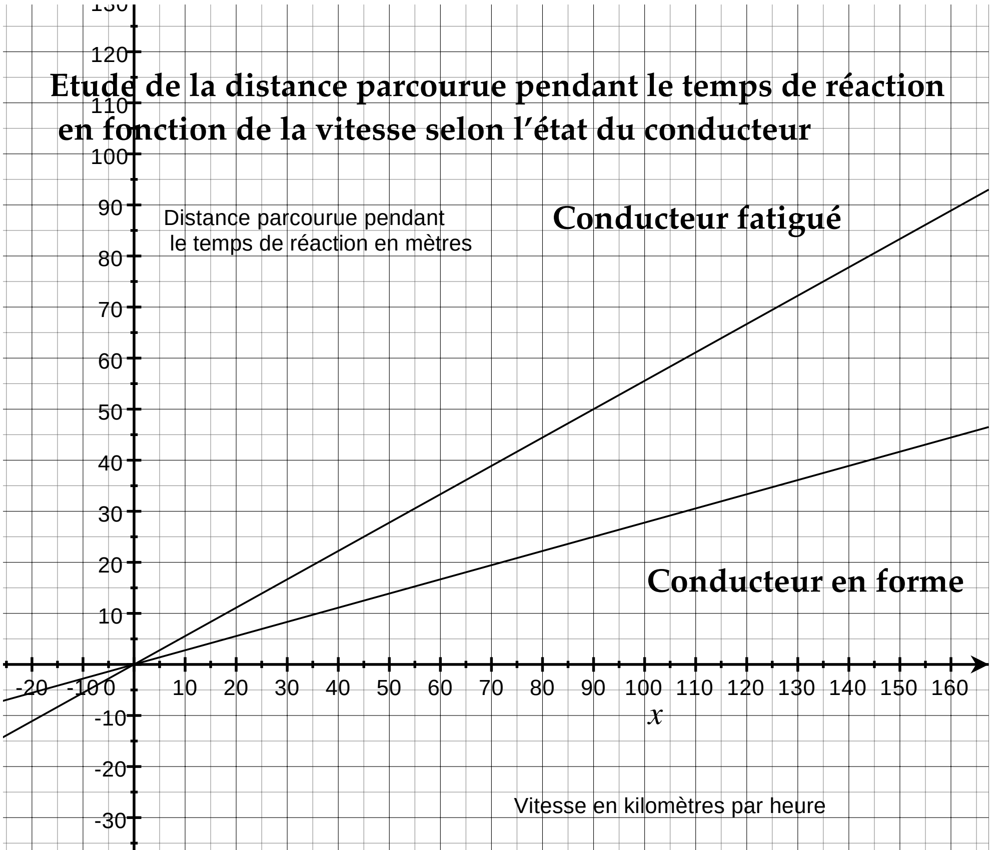

102 La zone de baignade

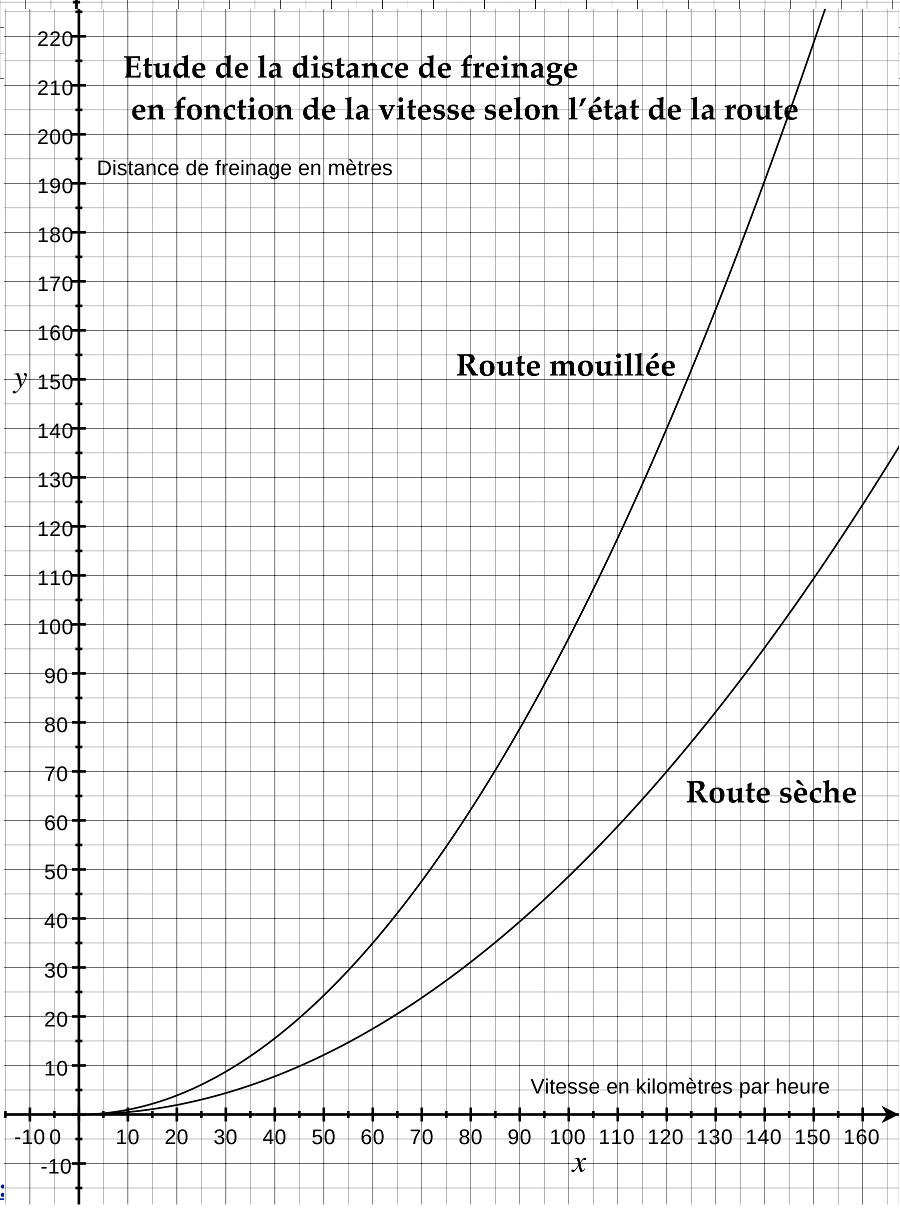
Les moniteurs d'un centre aéré disposent d'une ligne de bouchons de 60 m pour créer une zone rectangulaire de baignade surveillée au bord de la mer.

Le côté [PM] est le bord de la plage supposé bien droit et les trois autres côtés correspondent à la ligne flottante.

Trouver les dimensions du rectangle pour que l'aire de la zone de baignade soit maximale.




Etude de la distance parcourue pendant le temps de réaction
en fonction de la vitesse selon l’état du conducteur
Distance parcourue pendant
le temps de réaction en mètres
Conducteur fatigué
Conducteur en forme
Vitesse en kilomètres par heure
x


Etude de la distance de freinage
en fonction de la vitesse selon l’état de la route
Distance de freinage en mètres
y
Route mouillée
Route sèche
Vitesse en kilomètres par heure
x

Travaux Dirigés :

2 **a)** Voici la copie d'un élève.

f est la fonction carré.
$f(-5) = \cancel{-5^2} = \cancel{-25}$
Il ne faut pas oublier les parenthèses.

Calculer correctement $f(-5)$.

b) Calculer les images par la fonction carré des réels :

- -4
- -1
- $-3{,}5$
- $-0{,}5$

3 f est la fonction carré.
Calculer les images par f des réels :

a) $\frac{3}{4}$ **b)** $-\frac{4}{5}$ **c)** $-\frac{11}{5}$

Rappel
$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$ $(b \neq 0)$

4 f est la fonction carré.
Calculer les images par f des réels :

a) $\sqrt{5}$ **b)** $-\sqrt{5}$
c) $2\sqrt{3}$ **d)** $-4\sqrt{5}$

Rappel
$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ $(a \geqslant 0)$
$(ab)^2 = a^2 b^2$

5 f est la fonction carré. Calculer les images par f des réels : **a)** 10^3 **b)** 10^{-5} **c)** 8×10^{-4}
d) $2 + \sqrt{5}$ **e)** $\sqrt{8} - \sqrt{6}$ **f)** $3 - \sqrt{2}$

57 **a)** Dans un repère orthogonal, tracer la courbe représentative de la fonction carré sur l'intervalle $[-3;3]$, puis celle de la fonction affine $x \mapsto -x + 2$.
Par lecture graphique, déterminer les coordonnées des points d'intersection de ces deux courbes.
b) Développer $(x + 2)(x - 1)$.
c) Retrouver les solutions du **a)** par le calcul.

61 **Choisir une forme adaptée**
f est la fonction définie sur l'intervalle $[-2;5]$ par :
$$f(x) = (3x - 5)^2 - 4x^2 \text{ (forme 1).}$$
1. a) Factoriser l'expression de $f(x)$ (forme 2).
b) Développer l'expression de $f(x)$ (forme 3).
2. Utiliser la forme la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes.
a) Quelle est l'ordonnée du point C de la courbe représentative de f qui a pour abscisse $\sqrt{2}$?
b) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de cette courbe avec les axes du repère ?
c) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
d) Résoudre l'équation $f(x) = 25$.

Conseils
1. a) Penser à utiliser une identité remarquable pour factoriser.
b) Utiliser une identité remarquable pour développer.
2. a) • L'ordonnée de C est l'image de $\sqrt{2}$ par f.

18 Dans chaque cas, comparer à la main.

a) $\sqrt{\frac{24}{7}}$ et $\sqrt{\frac{10}{3}}$ **b)** $-\sqrt{\frac{11}{5}}$ et $-\sqrt{\frac{13}{6}}$

19 Le tableau de variation de la fonction carré est reproduit ci-dessous.

x	$-\infty$		0	1	3	$+\infty$
x^2		↘	0	↗		

Lorsque $x \in [1;3]$, à quel intervalle appartient x^2 ?

20 Utiliser le tableau de variation de la fonction carré pour dire à quel intervalle appartient x^2 lorsque :
a) $x \in [0;10]$ **b)** $x \in [-5;-3]$ **c)** $x \in [-8;2[$

21 Utiliser le sens de variation de la fonction carré pour donner une information la plus précise possible sur x^2 lorsque :
a) $x \geqslant 3$ **b)** $x \leqslant -1$ **c)** $-5 \leqslant x \leqslant -2$

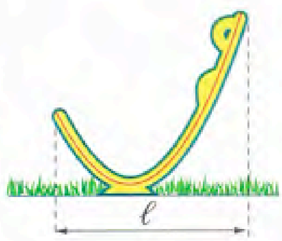
22 Résoudre l'inéquation $x^2 \geqslant 4$ en s'aidant de la courbe de la fonction carré.

Conseil : se reporter à l'exercice résolu 2, page 73.

23 Résoudre chaque inéquation en s'aidant de la courbe de la fonction carré.
a) $x^2 \leqslant 25$ **b)** $x^2 > 1$ **c)** $x^2 < 3$

24 S'aider de la courbe de la fonction carré pour trouver les réels x tels que :
a) $0 \leqslant x^2 \leqslant 3$ **b)** $2 \leqslant x^2 \leqslant 9$ **c)** $4 < x^2 < 16$

25 Cette sculpture construite à l'aide de la fonction carré est haute de 5 m d'un côté et de 3 m de l'autre.
Calculer la valeur approchée par excès au cm près de sa largeur ℓ.



Travaux Dirigés :

28 Factoriser chacune des expressions suivantes :

$A = 2x^2 - 6x.$ $\quad B = (a-1)^2 - (2a-1)^2.$

$C = 4x^2 + 6x^3.$ $\quad D = 2y^2 - 12y + 18.$

$E = 25 - 4z^2.$ $\quad F = (2r+1)^2 - (r+6)^2.$

$G = x^2 + 9 + 6x.$ $\quad H = 2x - 3 + (2x-3)^2.$

$I = 16u^2 - 0{,}01.$ $\quad J = x^2 - 4 + (x-2)(2x+1).$

29 Recopier et compléter :

a. $(\ldots\ldots + 5)^2 = 49x^2 + \ldots\ldots + \ldots\ldots$

b. $(3x - \ldots\ldots)^2 = \ldots\ldots - 24x + \ldots\ldots$

c. $(9x + \ldots\ldots)(9x - \ldots\ldots) = \ldots\ldots - 9$

d. $(x - \ldots\ldots)(x + \ldots\ldots) = \ldots\ldots - 3$

e. $(4x + \ldots\ldots)^2 = \ldots\ldots + 8xy + \ldots\ldots$

f. $(1 - \ldots\ldots)^2 = \ldots\ldots - x + \ldots\ldots$

g. $(x + \ldots\ldots)^2 = \ldots\ldots + x + \ldots\ldots$

30 Développer et réduire $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ et $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$.
En déduire une factorisation de $a^3 - 8$.

37 **a.** Calculer le nombre a tel que :
$f(x) = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 + a.$
b. Dire alors si la fonction f possède un maximum ou un minimum sur $\mathbb{R}$. Si oui, le préciser.

38 Reprendre l'exercice 37 avec les fonctions g et h et les nombres b et c tels que :
$g(x) = x^2 + 4x - 5 = (x+2)^2 + b$ et
$h(x) = -x^2 - 4x + 6 = -(x+2)^2 + c.$
Aide : il faut égaler les termes en x.

39 Calculer le nombre a tel que :
$$f(x) = \frac{3x+2}{x-1} = a + \frac{5}{x-1}.$$

40 Calculer les nombres b et c tels que :
$$g(x) = \frac{x-1}{x+1} = b - \frac{2}{x+1}.$$
$$h(x) = \frac{-2x+3}{2x-5} = c - \frac{2}{2x-5}.$$
Aide : réduire au même dénominateur et comparer les numérateurs.

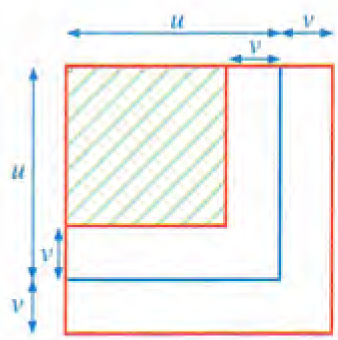
44 On pose :
$A = (3x+5)(4x-3) - (6x-2)(2x+3).$
a. Développer et réduire A.
b. Calculer A pour $x = 0$.
c. Résoudre l'équation $A = 0$.

45 On pose $A = (5x+3)^2 - (5x-3)^2.$
a. Développer et réduire A.
b. Calculer A pour $x = 30$.
c. Résoudre l'équation $A = 30$.

46 On pose $A = 4x^2 + 36x + 81.$
a. Calculer A pour $x = 0$.
b. Résoudre l'équation $A = 81$.
c. Factoriser A.
d. Résoudre l'équation $A = 0$.

47 On pose $A = (3x+1)^2 - 49.$
1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. En choisissant la forme de A la plus adaptée :
a. Calculer A pour $x = 0$.
b. Calculer A pour $x = \frac{1}{3}$.
c. Calculer A pour $x = \sqrt{2}$.
d. Résoudre l'équation $A = -48$.
e. Résoudre l'équation $A = 0$.

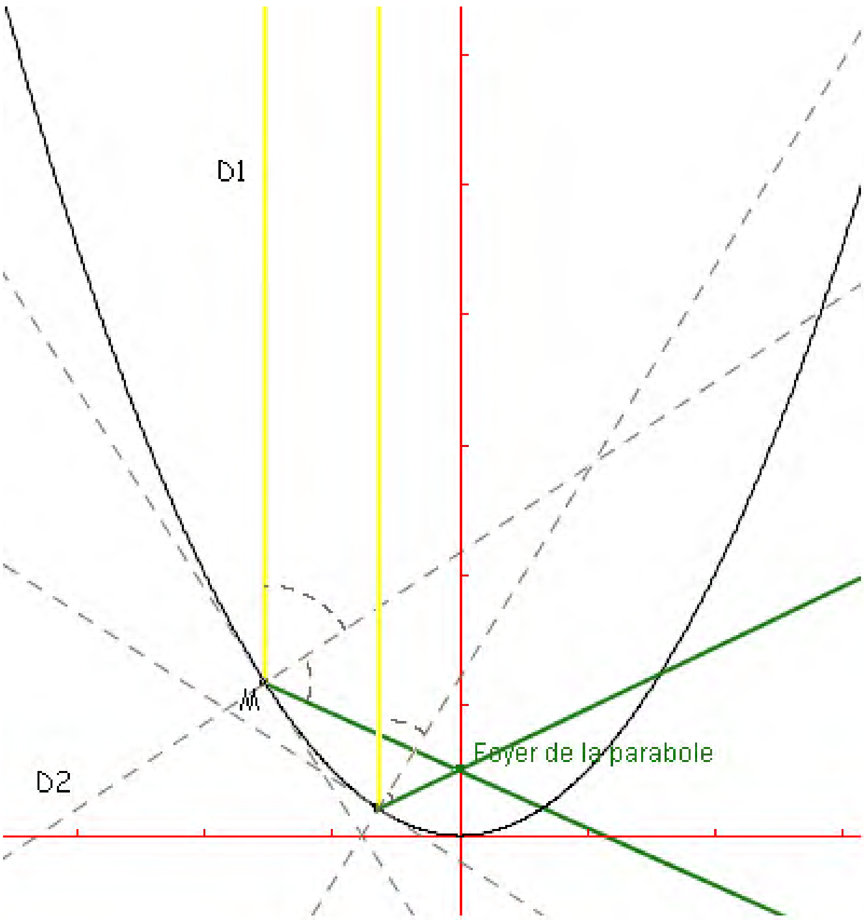
43 Il s'agit de démontrer la propriété « La différence du carré de la somme de deux nombres et du carré de leur différence est égale à quatre fois leur produit ». Ceci permet de transformer toute multiplication en une différence de carrés.



a. Écrire de deux façons l'aire de la partie non hachurée.
b. u et v étant deux réels, démontrer que :
$$uv = \frac{1}{4}\,[(u+v)^2 - (u-v)^2].$$
c. Utiliser cette formule pour calculer, de tête, des produits comme 35×45 ou 45×55.

2nde 07-09 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°8 : Fonction Carré page 120 - 144
Travaux Dirigés :

La voûte du barrage de Vouglans sur l'Ain (Jura) est un arc de parabole. Cette forme reporte la poussée des eaux sur les versants.



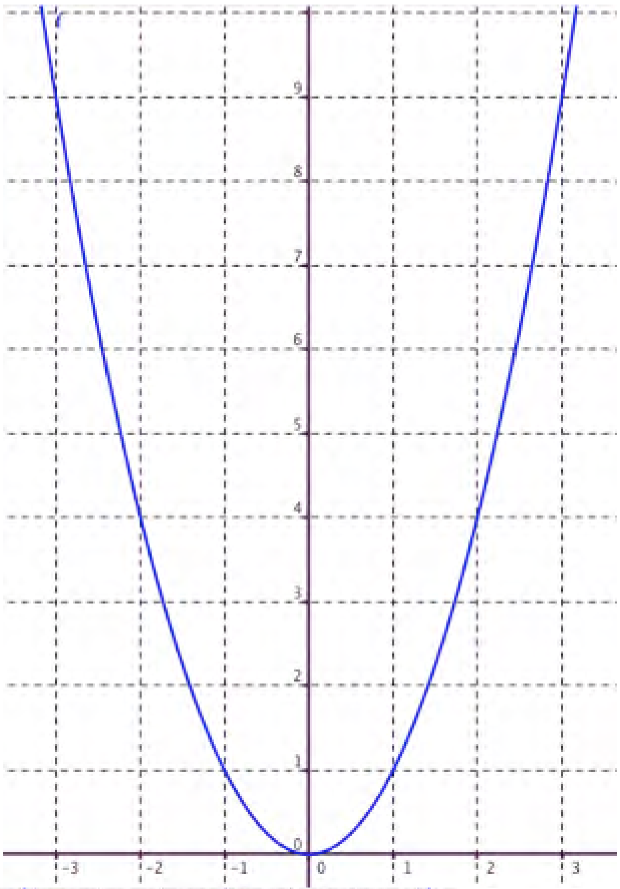
Principe des miroirs paraboliques. Ceci est dû à la propriété suivante des paraboles. Si on prend un point M sur la parabole, on note D1 la parallèle à l'axe de la parabole passant par M, et D2 la perpendiculaire à la tangente à la parabole en M. Alors D2 est la bissectrice de l'angle formé par les droites D1 et (FM).

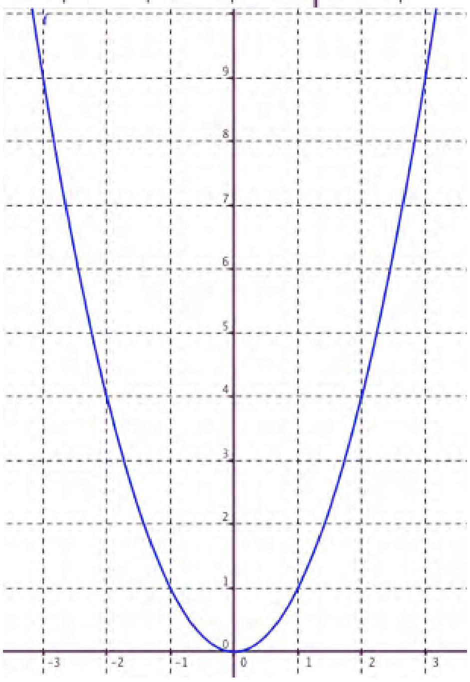
2nde 07-09 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°8 : Fonction Carré page 120 - 144
Travaux Dirigés :

57 **a)** Dans un repère orthogonal, tracer la courbe représentative de la fonction carré sur l'intervalle $[-3\,;3]$, puis celle de la fonction affine $x \mapsto -x + 2$.
Par lecture graphique, déterminer les coordonnées des points d'intersection de ces deux courbes.

b) Développer $(x + 2)(x - 1)$.

c) Retrouver les solutions du **a)** par le calcul.





61 **Choisir une forme adaptée**

f est la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;5]$ par :

$$f(x) = (3x - 5)^2 - 4x^2 \text{ (forme 1).}$$

1. a) Factoriser l'expression de $f(x)$ (forme 2).

b) Développer l'expression de $f(x)$ (forme 3).

2. Utiliser la forme la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes.

a) Quelle est l'ordonnée du point C de la courbe représentative de f qui a pour abscisse $\sqrt{2}$?

b) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de cette courbe avec les axes du repère ?

c) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

d) Résoudre l'équation $f(x) = 25$.