



Avant-Propos:

Progression :

Les exercices d'entraînement :

Coefficient directeur d'une droite :

Tangente à la courbe représentative d'une fonction :

Exemples de construction d'une courbe point par point et de tracés de tangentes :

Devoir maison :

Exercices n°86 page 177 & n°96 page 180 ;

Exclusion du cours :

EXERCICE N°4

29 ★ Construire la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4; 6]$, telle que :

x	-4	-2	-1	0	2	4	6
$f(x)$	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	4	3	$\frac{5}{2}$

1°) Construire la courbe représentative de la fonction définie sur $[-4; 6]$

Point	A	B	C	D	E	F	G
x	-4	-2	-1	0	2	4	6
$f(x)$	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	4	3	$\frac{5}{2}$
m		1		$\frac{4}{3}$	0	$-\frac{2}{5}$	

sachant que le coefficient directeur de la tangente prend les valeurs présentées dans le tableau ci-dessus.

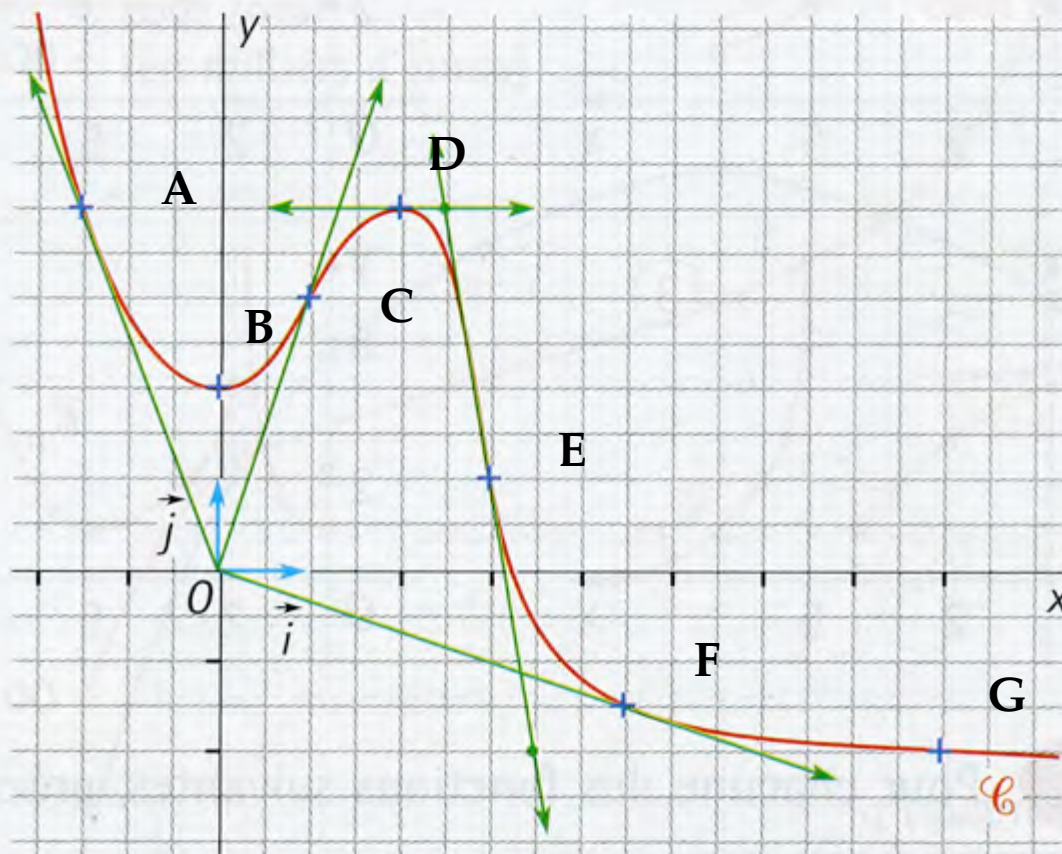


EXERCICE N°3

28



La fonction f est représentée ci-dessous par la courbe $\mathcal{C}$. On connaît quelques tangentes à $\mathcal{C}$.



1°) Lire graphiquement le coefficient directeur des droites tangentes à la courbe aux points présentés ci-dessus ; compléter le tableau ci-dessous ; on note m le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point donné ;

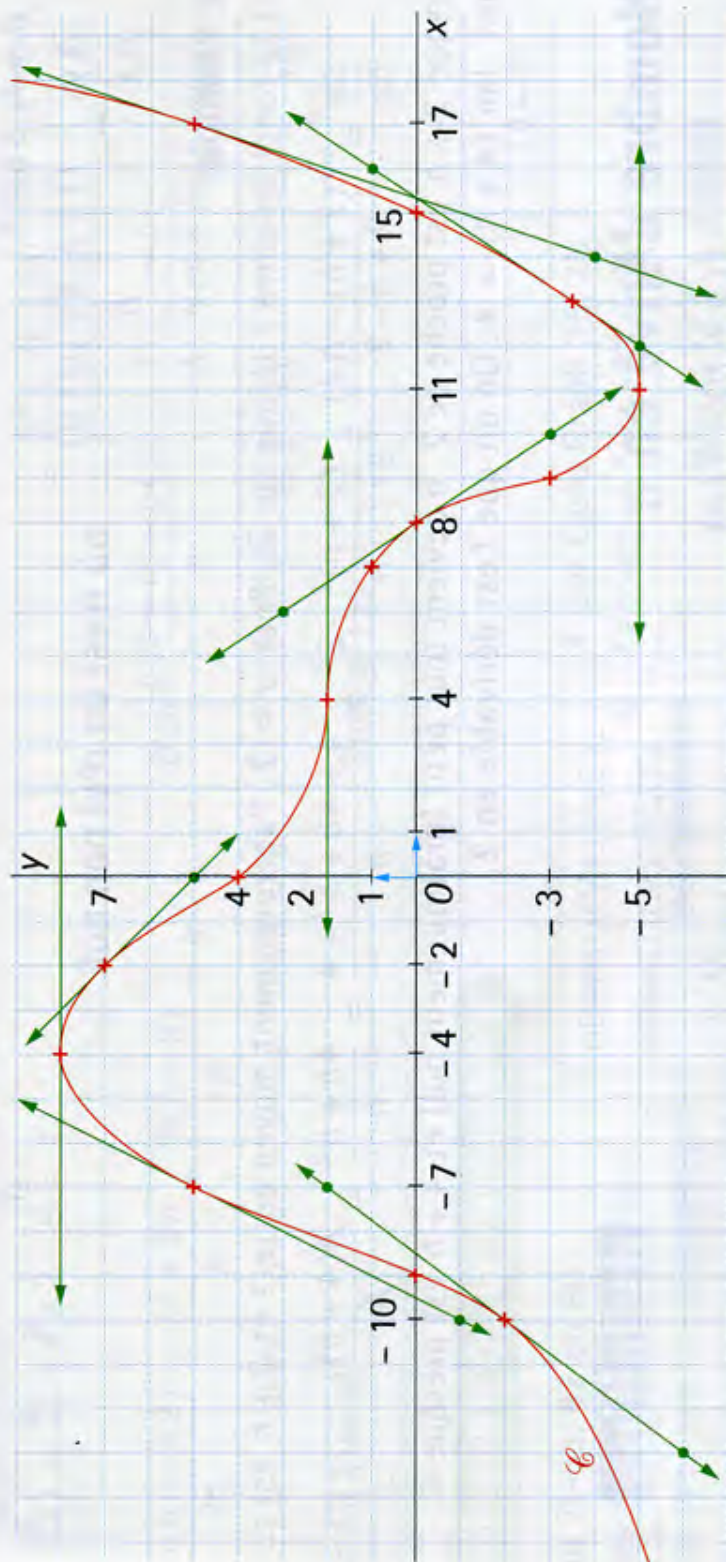
Point	A	B	C	D	E	F	G
x							
$f(x)$							
m							

2°) Calculer une équation des tangentes à la courbe ;

LIEN ENTRE SENS DE VARIATION ET DÉRIVÉE

EXERCICE N°2

La courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et telle que, en tout point M mobile de la courbe $\mathcal{C}$, il existe une seule tangente à $\mathcal{C}$:



- 1° Dresser le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$.
- 2° On note $f'(a)$ le coefficient directeur de la droite verte (tangente) au point d'abscisse a . Lire $f'(-10)$, $f'(-7)$, $f'(-4)$, $f'(-2)$, $f'(4)$, $f'(8)$, $f'(11)$, $f'(13)$ et $f'(17)$.
- 3° Suivant les intervalles où la fonction garde le même sens de variation, donner le signe du coefficient directeur de la tangente.

SÉCANTES À UNE COURBE EN UN POINT

EXERCICE N°1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4$ et $\mathcal{P}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On se propose d'étudier le coefficient directeur des sécantes à $\mathcal{P}$ au point $A(1; 3)$.

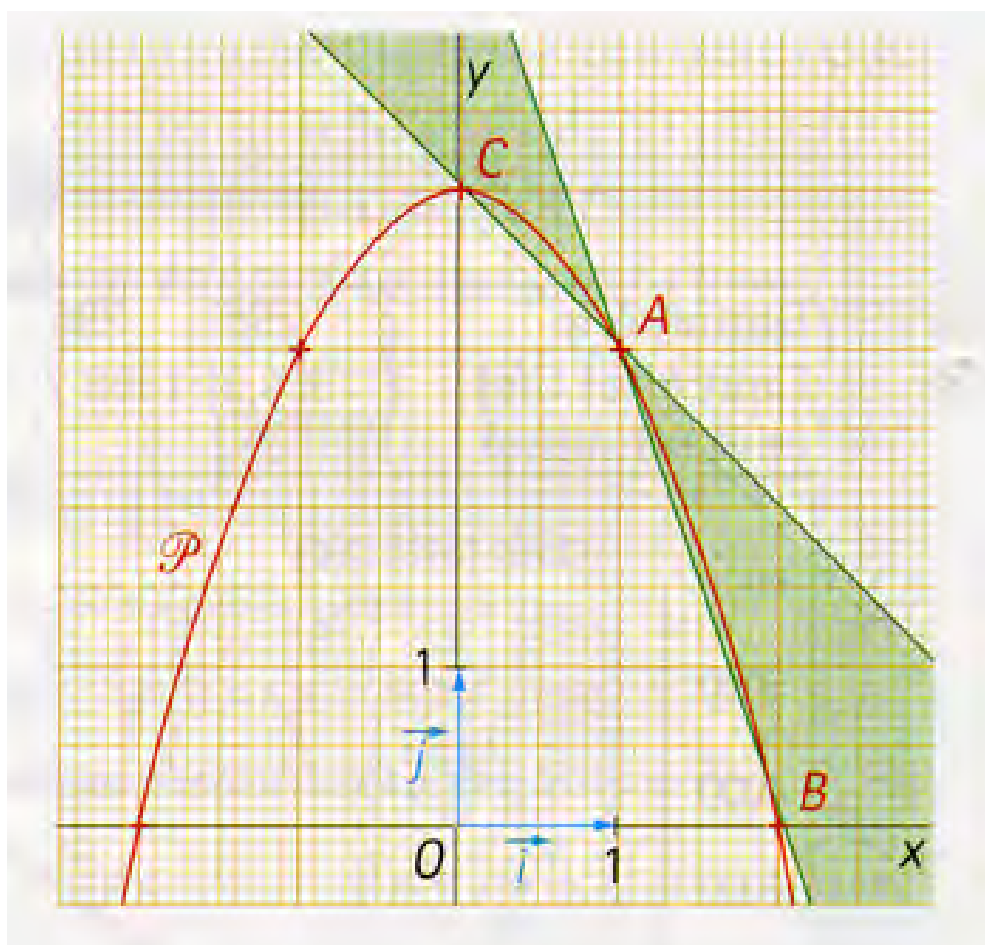
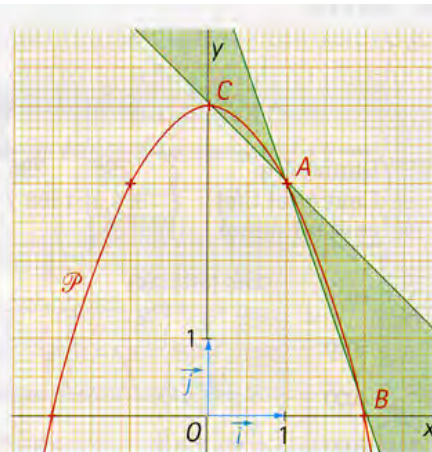
1° Calculer les coefficients directeurs des droites (AC) et (AB) du graphique.

2° On considère le point M de la parabole $\mathcal{P}$ ayant pour abscisse $1 + h$, où h est un petit nombre non nul.

a) D'une façon générale, vérifier que le coefficient directeur de la sécante (AM) est :

$$m = \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -2 - h.$$

b) Que devient m lorsque h tend vers 0, c'est-à-dire devient pratiquement nul ?



Première STL 2 - Année Scolaire 2009-2010

Chapitre n°6 : Dérivation Page 145 - 172

Fonction carré

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(0,5+x)	0,5	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,5	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55
(0,5+x)^2		0,2025	0,2116	0,2209	0,2304	0,2401	0,25	0,2601	0,2704	0,2809	0,2916	0,3025
Valeur approchée		0,203	0,212	0,221	0,230	0,240	0,250	0,260	0,270	0,281	0,292	0,303
			0,221	0,221	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,281		
Coeff Directeur			0,96667	1	1	0	1	1	1,03333			

Fonction inverse

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(1+x)	1	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05
(1+x)^2		0,9025	0,9216	0,9409	0,9604	0,9801	1	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025
Valeur approchée		0,903	0,922	0,941	0,960	0,980	1,000	1,020	1,040	1,061	1,082	1,103
			0,941	0,941	0,96	0,98	1	1,02	1,04	1,061		
Coeff Directeur			1,96667	2	2			2	2	2,03333		

Fonction carré

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(2+x)	2	1,95	1,96	1,97	1,98	1,99	2	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05
(2+x)^2		3,8025	3,8416	3,8809	3,9204	3,9601	4	4,0401	4,0804	4,1209	4,1616	4,2025
Valeur approchée		3,803	3,842	3,881	3,920	3,960	4,000	4,040	4,080	4,121	4,162	4,203
			3,881	3,881	3,92	3,96	4	4,04	4,08	4,121		
Coeff Directeur			3,96667	4	4	0	4	4	4,03333			

Fonction carré

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(0,5+x)	3	2,95	2,96	2,97	2,98	2,99	3	3,01	3,02	3,03	3,04	3,05
(0,5+x)^2		8,7025	8,7616	8,8209	8,8804	8,9401	9	9,0601	9,1204	9,1809	0,328947	0,327869
Valeur approchée		8,703	8,762	8,821	8,880	8,940	9,000	9,060	9,120	9,181	0,329	0,328
				8,821	8,88	8,94	9	9,06	9,12	9,181		
Coeff Directeur			5,96667	6	6	0	6	6	6,03333			

Fonction inverse

x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(0,5+x)	0,5	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,5	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55
1/(0,5+x)		2,22222222	2,17391304	2,12765957	2,08333333	2,04081633	2	1,96078431	1,92307692	1,88679245	1,85185185	1,81818182
Valeur approchée		2,222	2,174	2,128	2,083	2,041	2,000	1,961	1,923	1,887	1,852	1,818
				2,13	2,08	2,04	2	1,96	1,92	1,89		
Coeff Directeur			-4,3333	-4,0000	-4,0000	0,0000	-4,0000	-4,0000	-4,0000	-3,6667		

Fonction inverse

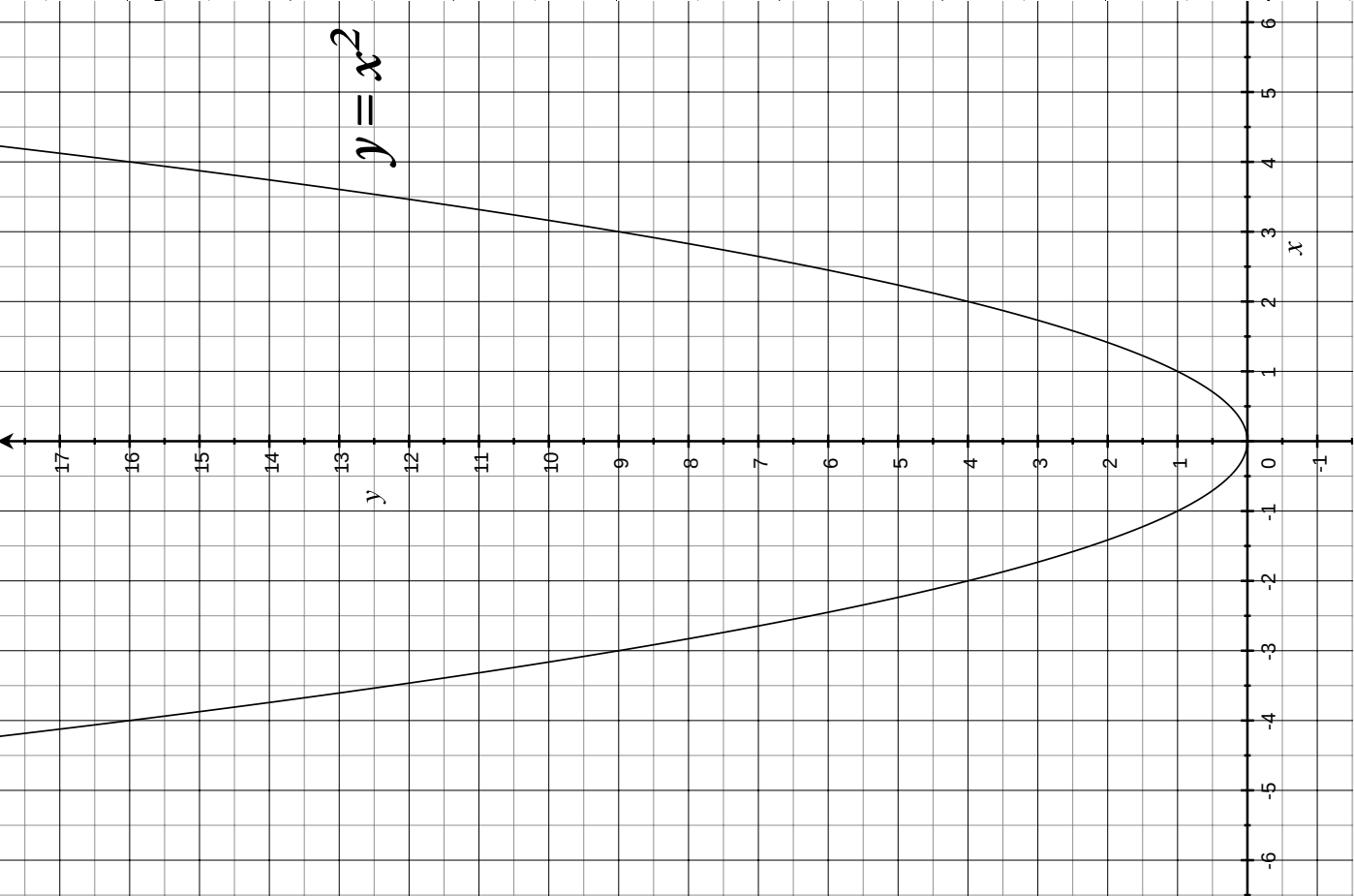
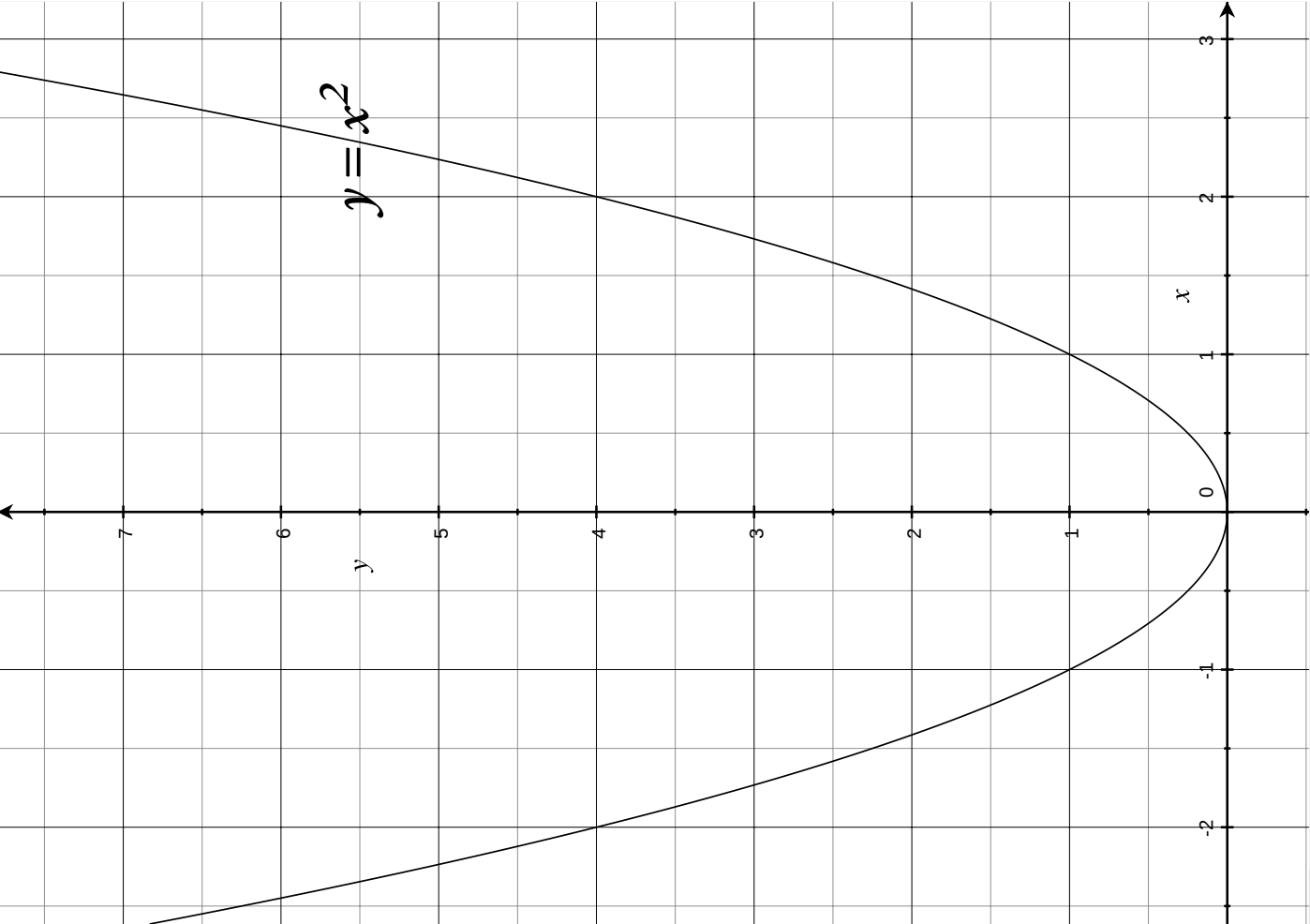
x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(1+x)	1	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05
1/(1+x)		1,05263158	1,04166667	1,03092784	1,02040816	1,01010101	1	0,99009901	0,98039216	0,97087379	0,96153846	0,95238095
Valeur approchée		1,053	1,042	1,031	1,020	1,010	1,000	0,990	0,980	0,971	0,962	0,952
				1,031	1,02	1,01	1	0,99	0,98	0,971		
Coeff Directeur			-1,0333	-1,0000	-1,0000			-1,0000	-1,0000	-0,9667		

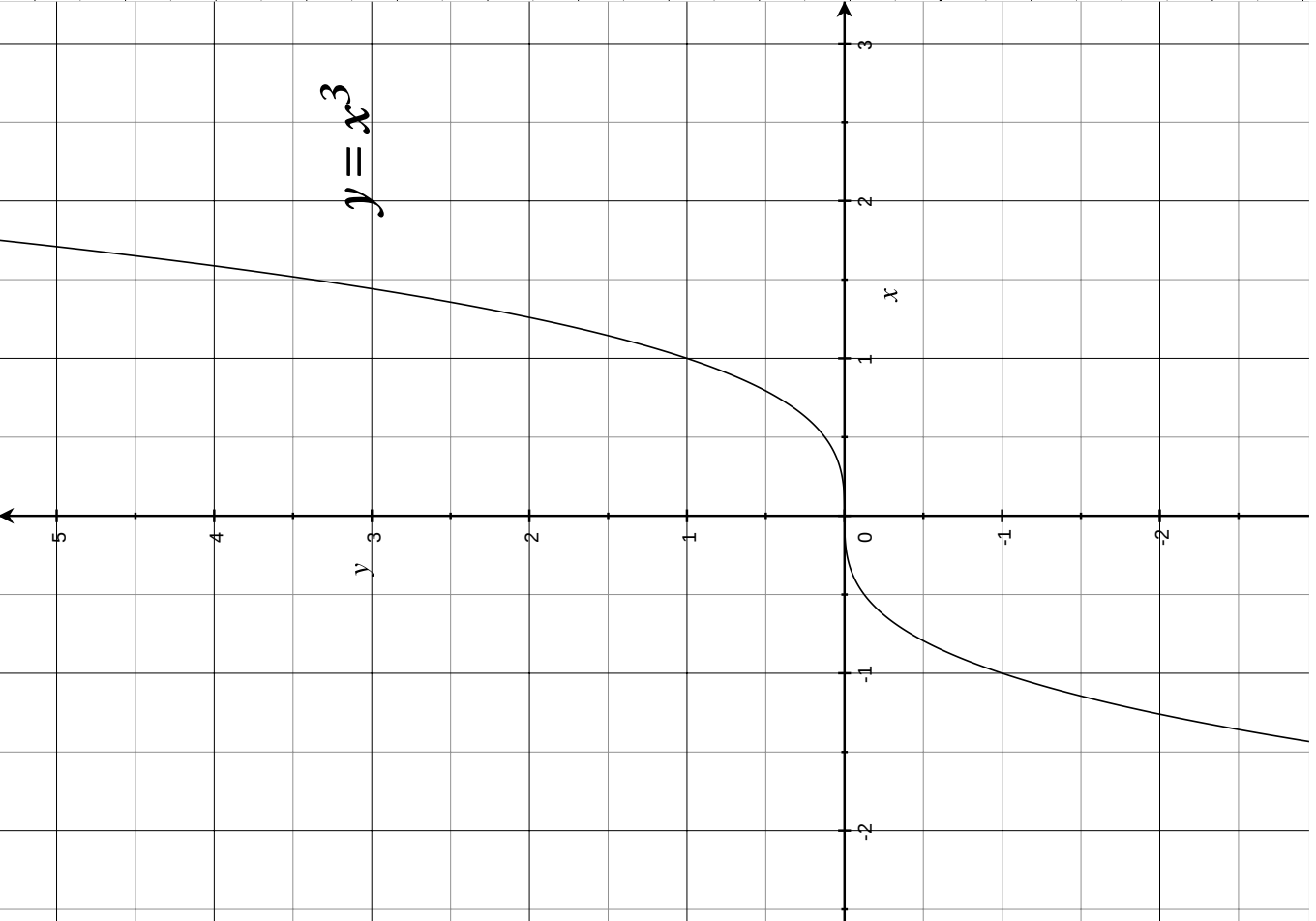
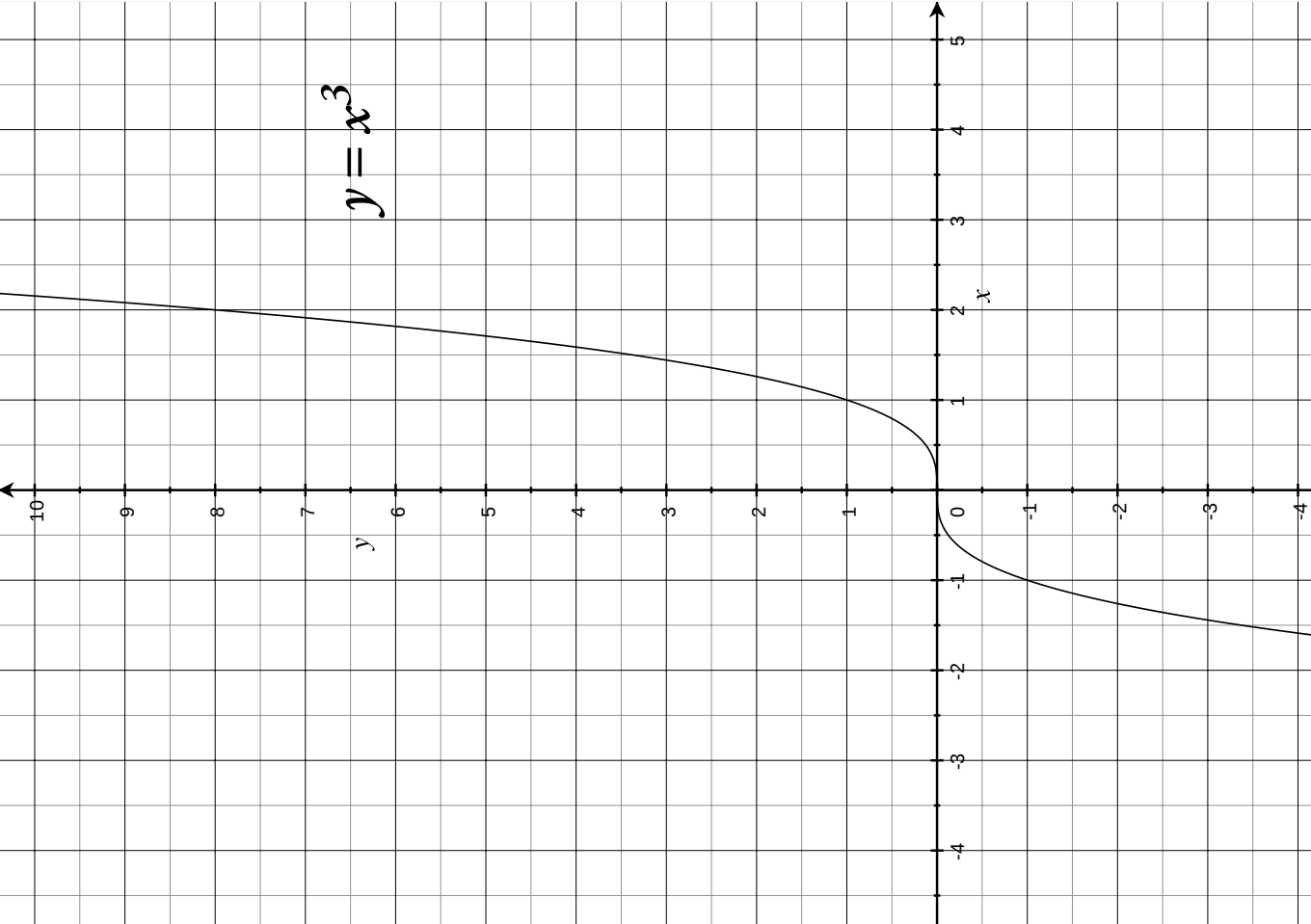
Fonction inverse

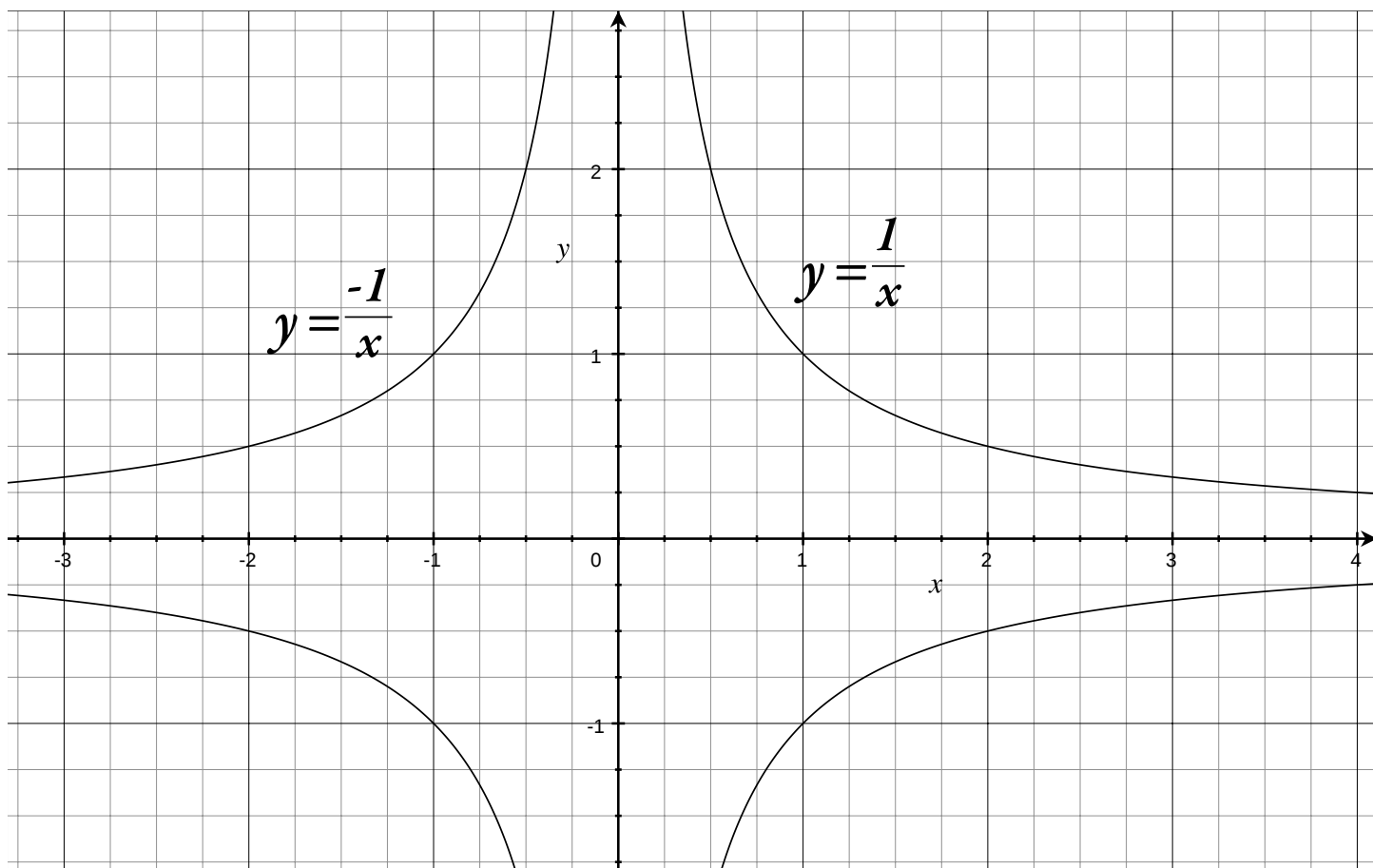
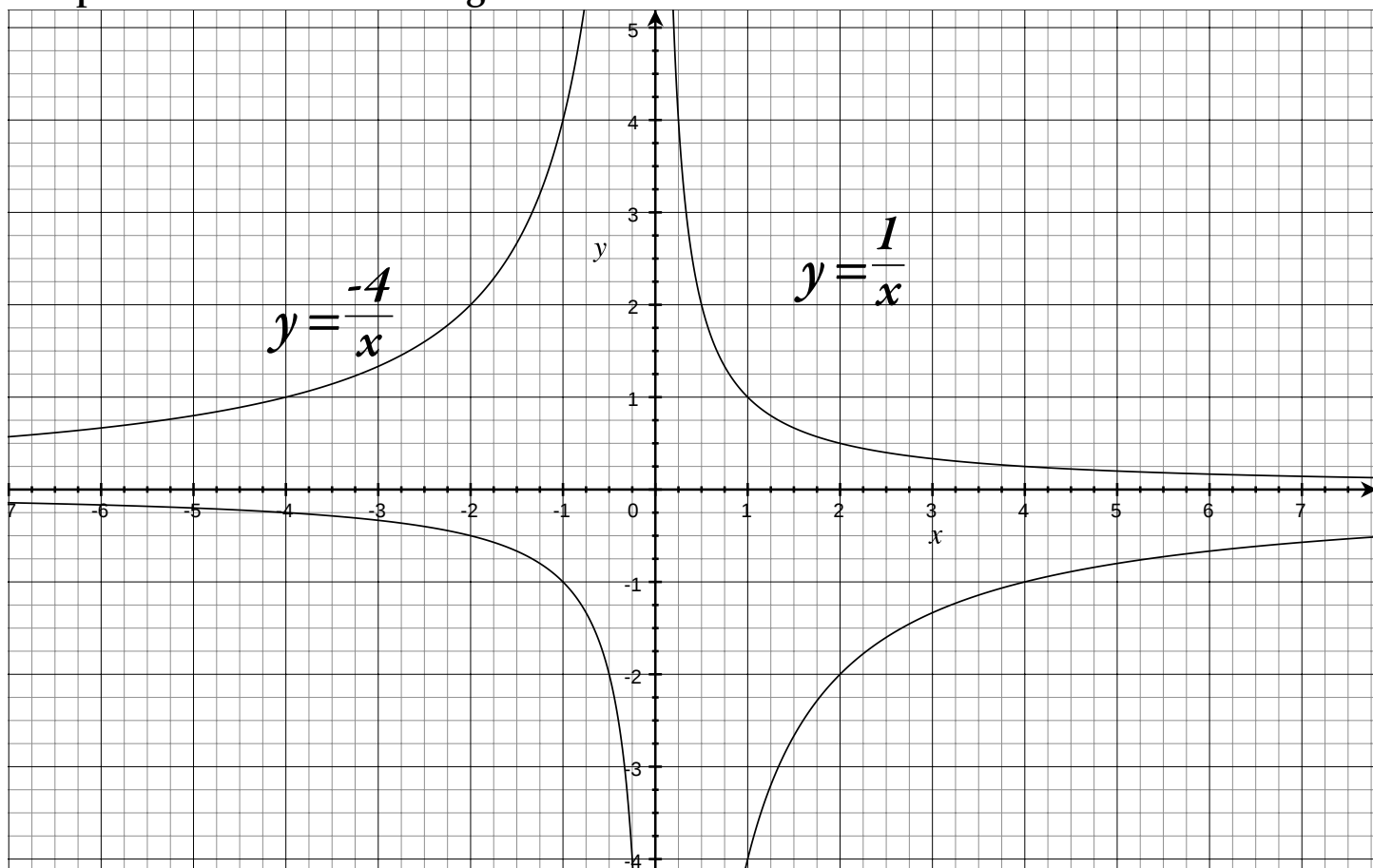
x		-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
(2+x)	2	1,95	1,96	1,97	1,98	1,99	2	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05
1/(2+x)		0,51282051	0,51020408	0,50761421	0,50505051	0,50251256	0,5	0,49751244	0,4950495	0,49261084	0,49019608	0,48780488
Valeur approchée		0,51282	0,51020	0,50761	0,50505	0,50251	0,50000	0,49751	0,49505	0,49261	0,49020	0,48780
				0,5075	0,505	0,5025	0,5	0,4975	0,495	0,4925		
Coeff Directeur			-0,2500	-0,2500	-0,2500	0,0000	-0,2500	-0,2500	-0,2500	-0,2500		

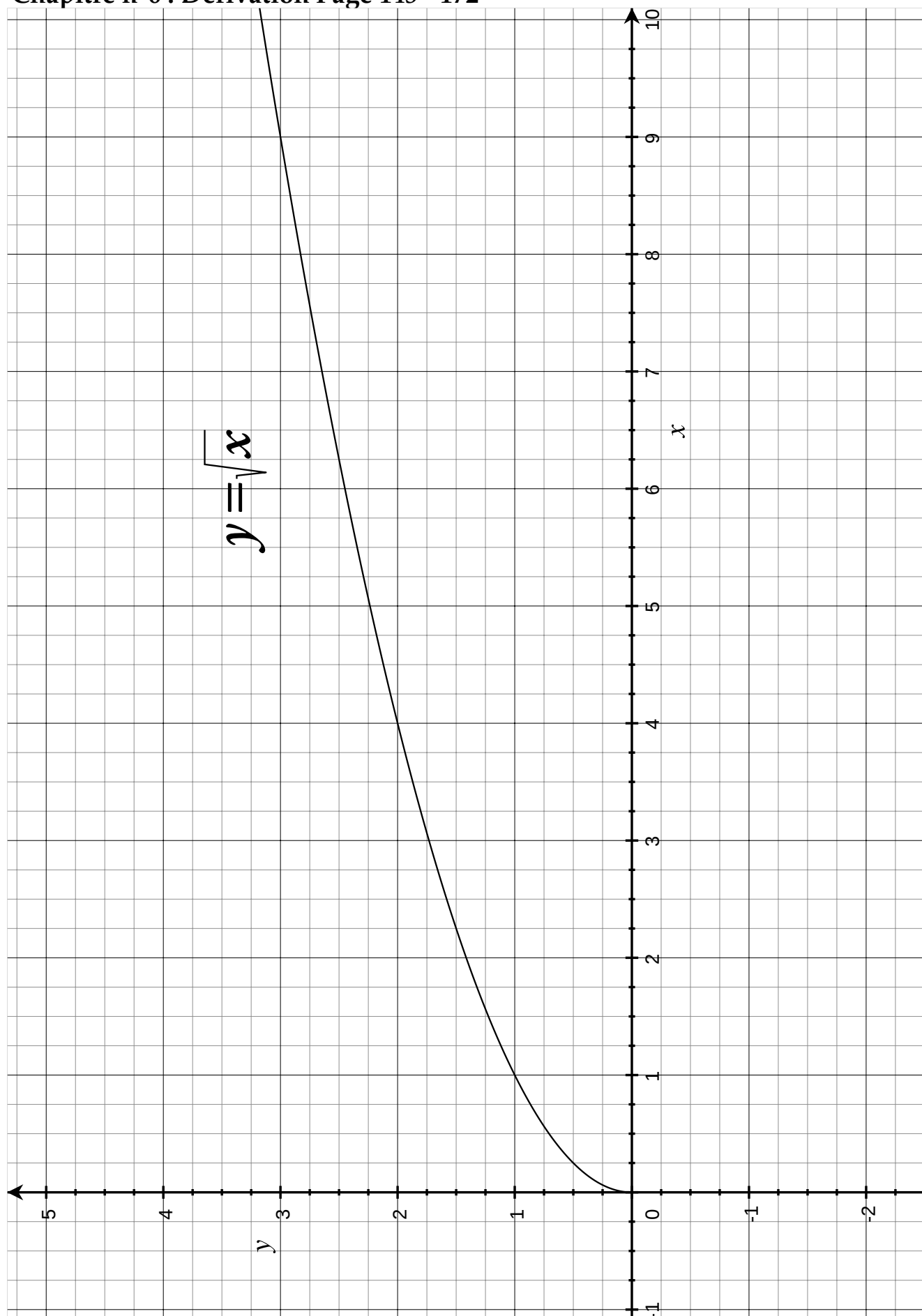
Fonction inverse

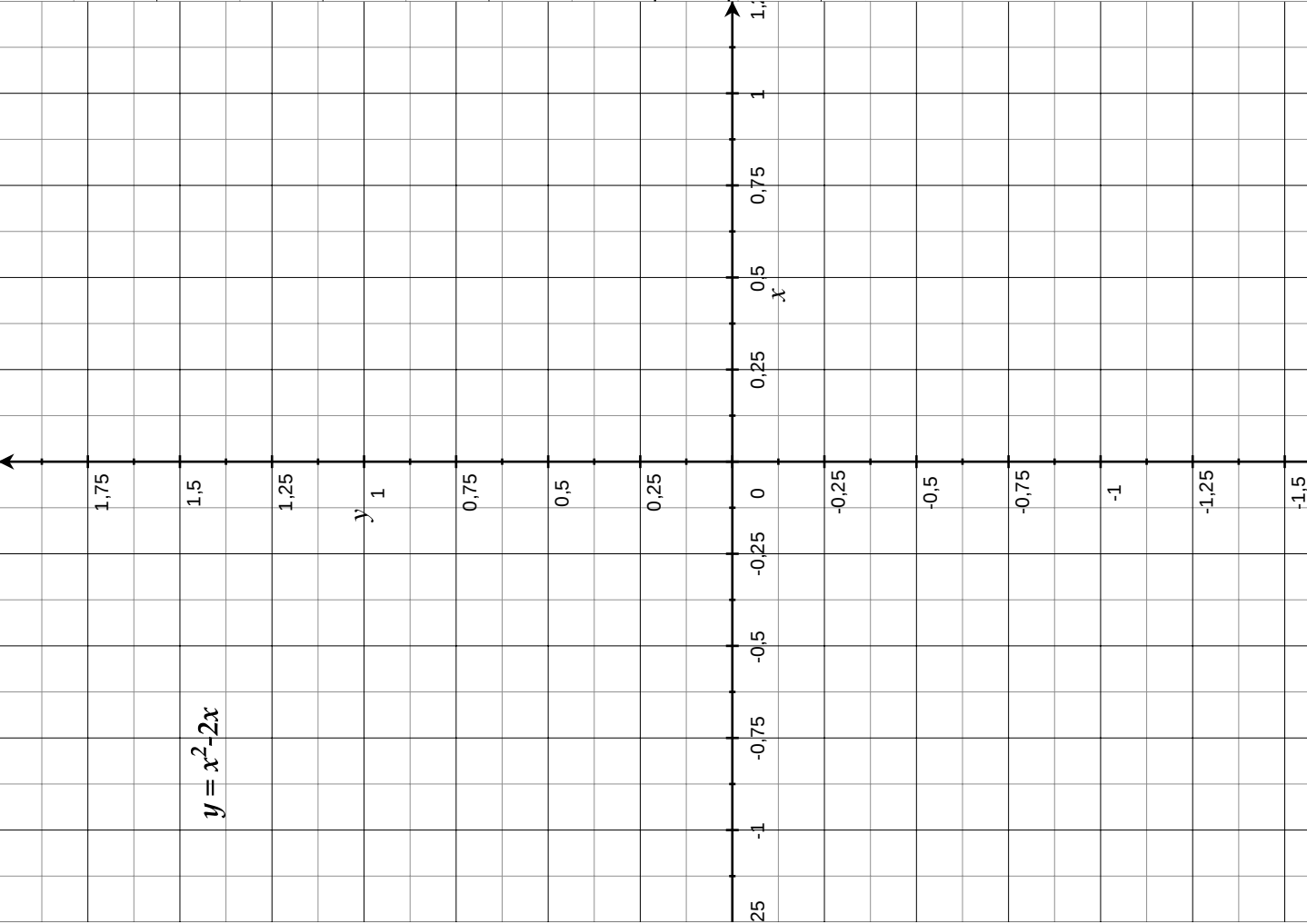
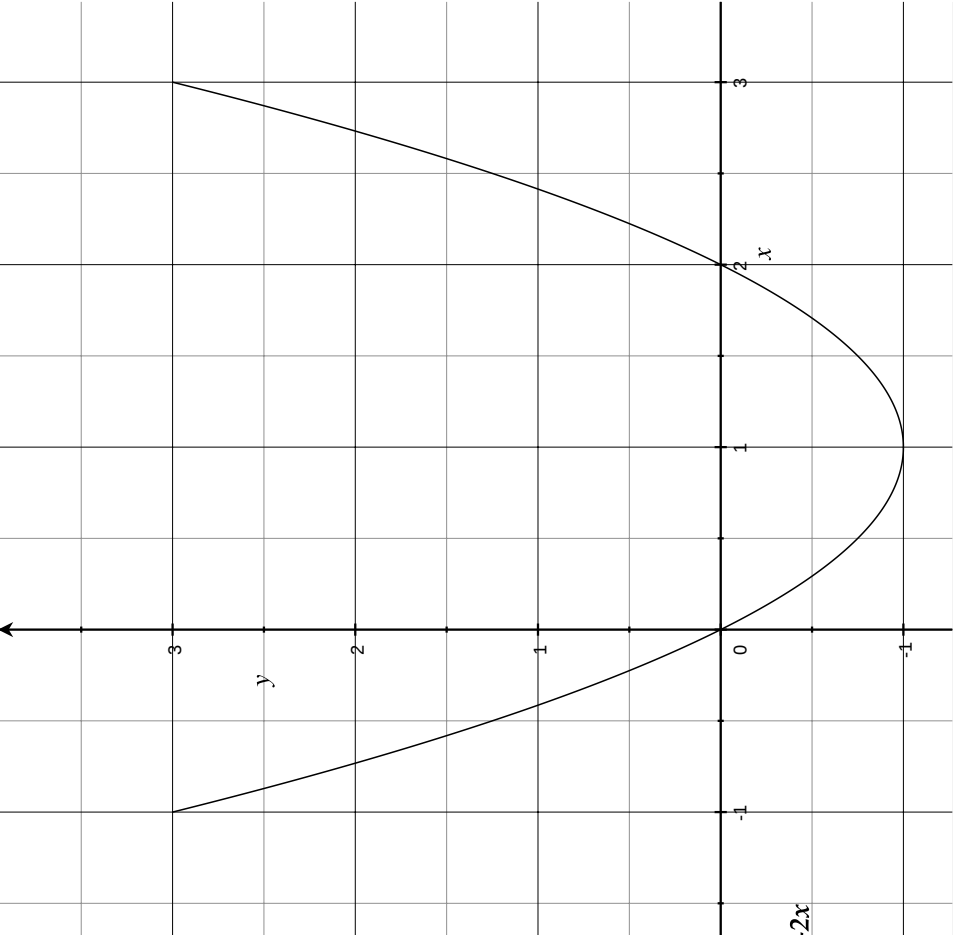
x		-0,005	-0,004	-0,003	-0,002	-0,001	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005
(4+x)	4	3,995	3,996	3,997	3,998	3,999	4	4,001	4,002	4,003	4,004	4,005
1/(4+x)		0,25031289	0,25025025	0,25018764	0,25012506	0,25006252	0,25000000	0,24993752	0,24987506	0,24981264	0,24975025	0,24968789
Valeur approchée		0,2503129	0,2502503	0,2501876	0,2501251	0,2500625	0,2500000	0,2499375	0,2498751	0,2498126	0,2497502	0,2496879
				0,2501875	0,250125	0,2500625	0,25	0,2499375	0,249875	0,2498125		
Coeff Directeur			-0,0625	-0,0625	-0,0625	0,0000	-0,0625	-0,0625	-0,0625	-0,0625		



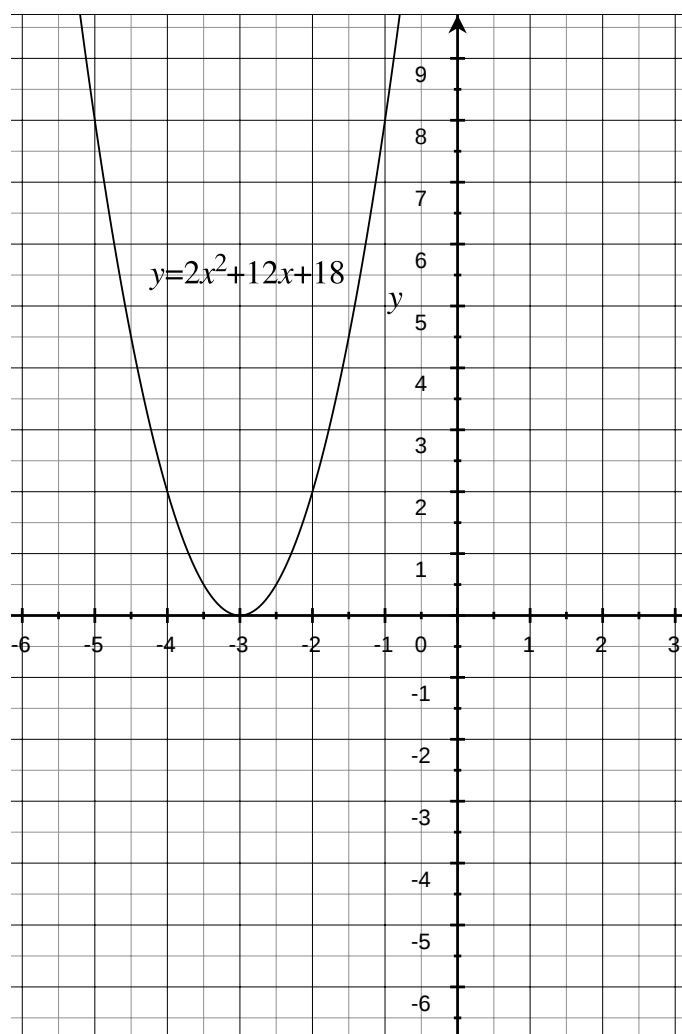
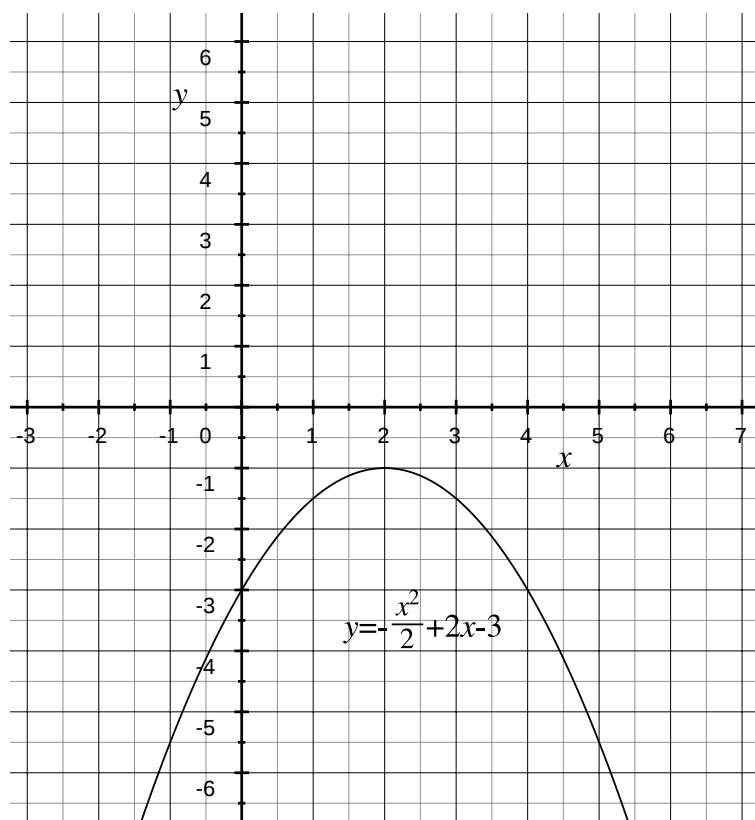
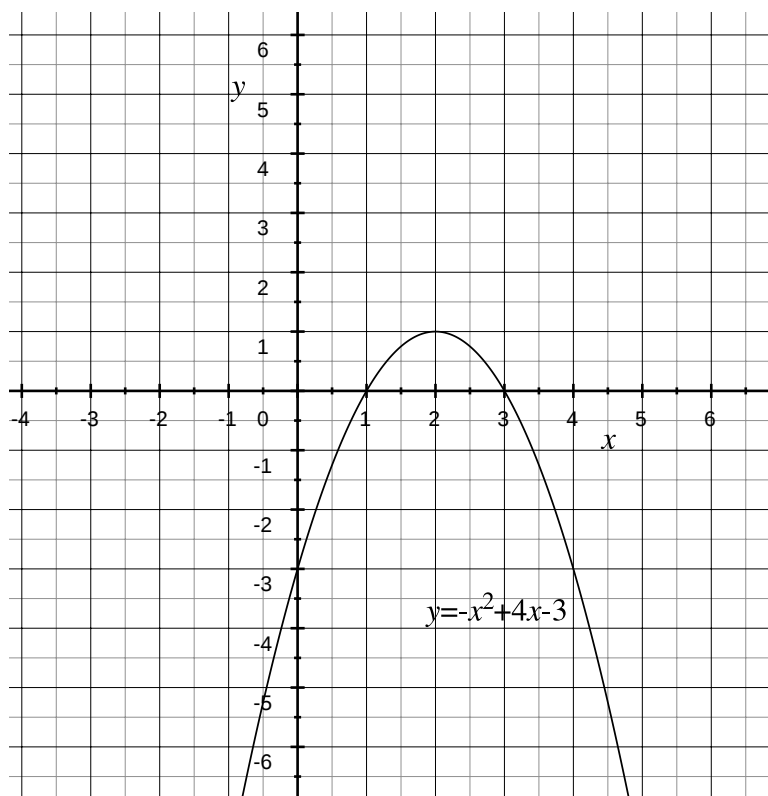
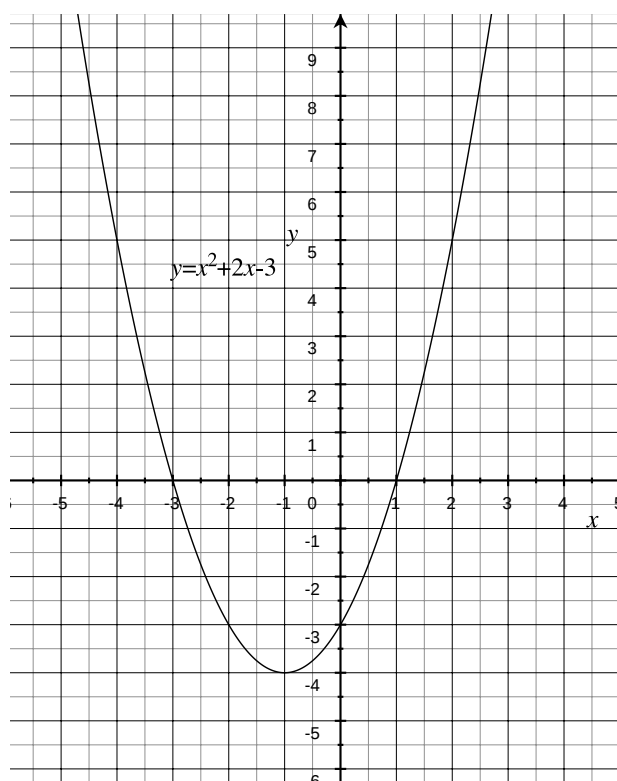


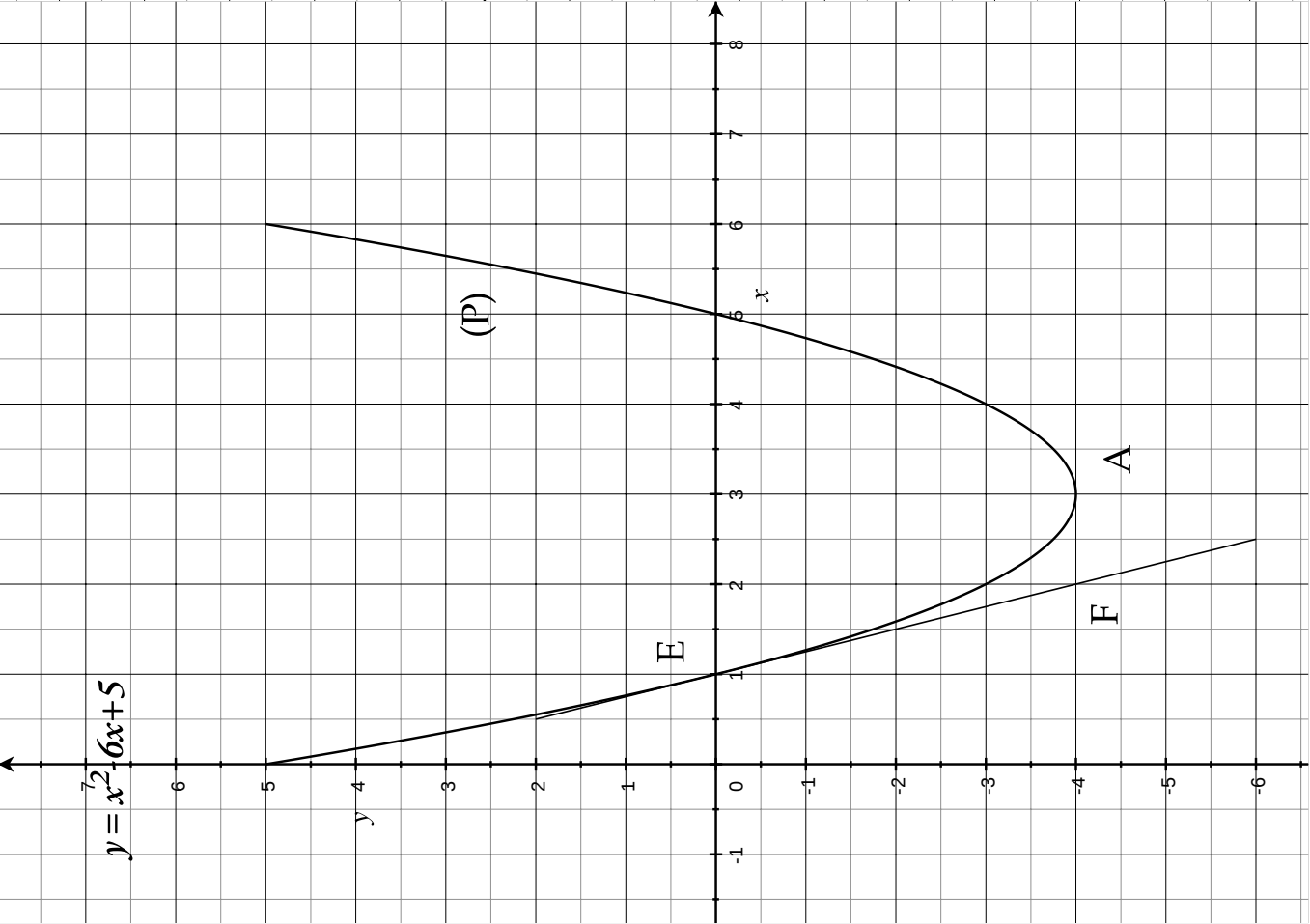
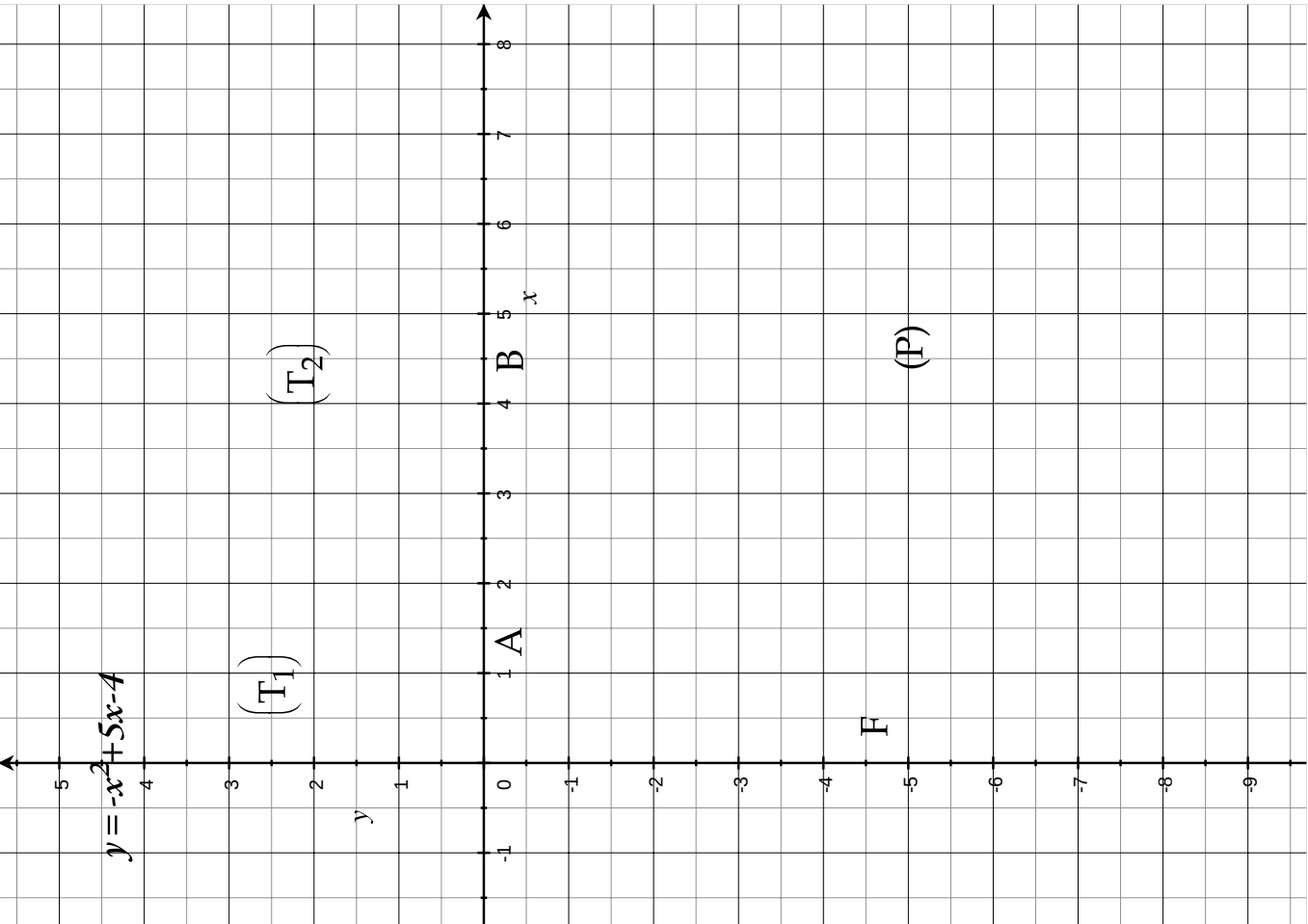






Première STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°6 : Dérivation Page 145 - 172





Utilisation des règles de dérivation

Fonctions polynômes

Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ (exercices 35 à 46)

- 35** ■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 2t - 3$.
- 36** ■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + \frac{3}{2}x + 3$.
- 37** ■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,75x^2 - 0,25x$.
- 38** ■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 4t^2 - 6t + 4$.
- 39** ■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x(5 - 2x)$.
- 40** ■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x - 1)(x + 1)$.
- 41** ■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-2x + 3)^2$.
- 42** ■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x$.
- 43** ■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t^3 - 4t^2 + 3t - 1$.
- 44** ■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x + 3)(x^2 + x + 1)$.
- 45** ■■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-x + 1)(2x + 1)^2$.
Écrire $f'(x)$ sous forme de produit de deux facteurs du premier degré.
- 46** ■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$.

Fonctions dérivées des fonctions composées de la forme $t \mapsto f(at + b)$

Déterminer la dérivée de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ (exercices 66 à 69)

- 66** ■■■ g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(t) = (-3t - 1)^3$.
- 67** ■■■ g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(t) = (4t - 7)^3$.
- 68** ■■■ g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (2x + 3)^4$.
- 69** ■■■ g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (-x + 2)^4$.

Fonctions rationnelles

Déterminer la dérivée de la fonction f sur l'ensemble donné où elle est dérivable (exercices 47 à 61)

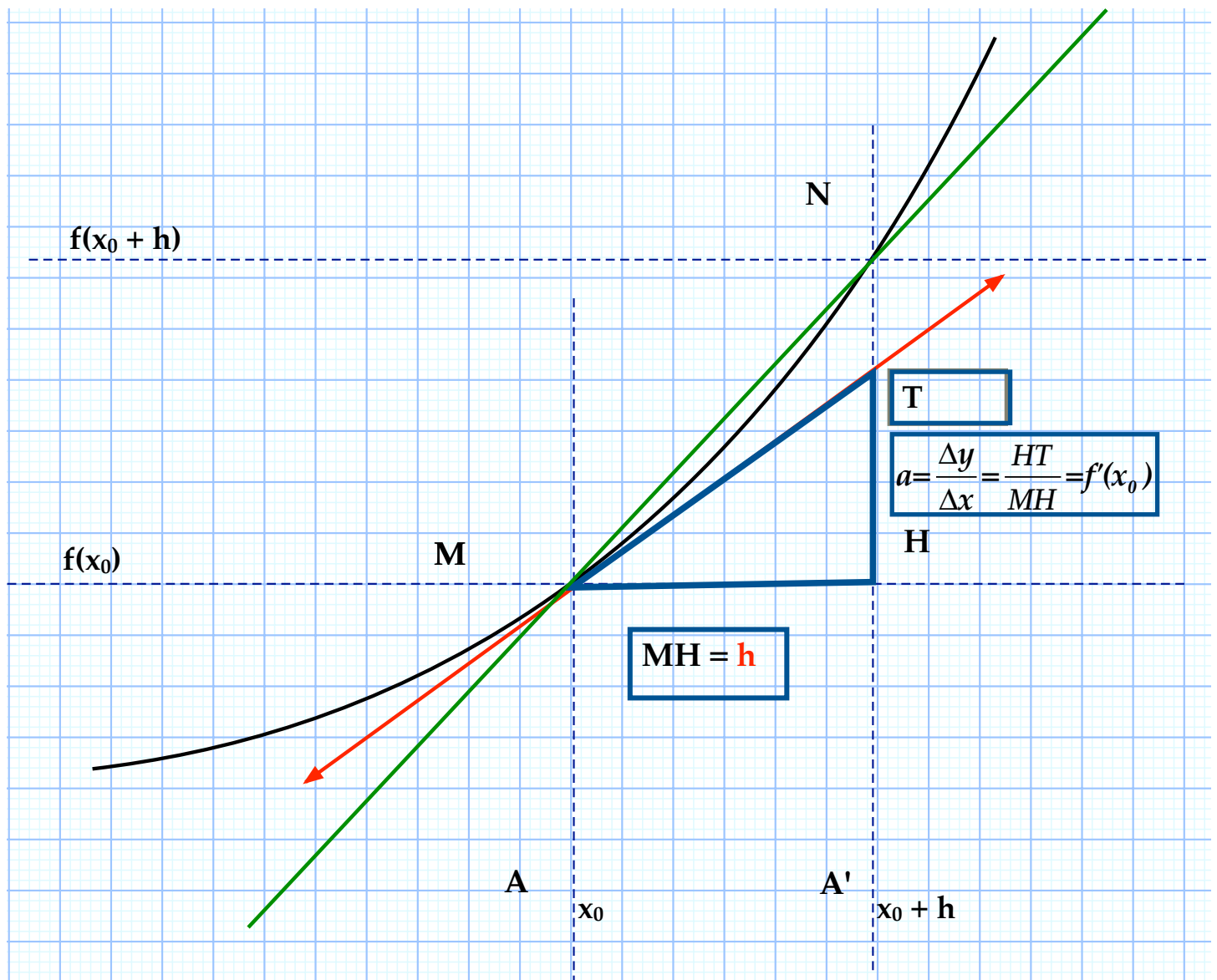
- 47** ■■ f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3}{x^3}$.
- 48** ■■ f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$.
- 49** ■■ f définie sur $] -\infty, 0[$ par $f(x) = \frac{3}{x^4}$.
- 50** ■ f définie sur $] -\infty, 0[$ par $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$.
- 51** ■■ f définie sur $]-\frac{1}{2}, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3}{2x + 1}$.
- 52** ■■ f définie sur $]-\infty, -\frac{1}{2}[$ par $f(x) = x + 3 + \frac{3}{2x + 1}$.
- 53** ■■ f définie sur $]-1, \frac{3}{2}[$ par $f(x) = \frac{2}{2x - 3} - \frac{1}{x + 1}$.
- 54** ■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-3}{x^2 + 1}$.
- 55** ■■ f définie sur $]-\infty, \frac{2}{3}[$ par $f(x) = \frac{4}{(-3x + 2)^2}$.
- 56** ■■ f définie sur $] -1, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x + 1}{-x - 1}$.
- 57** ■■ f définie sur $]\frac{3}{2}, +\infty[$ par $f(x) = \frac{-x + 3}{2x - 3}$.
- 58** ■■ f définie sur $]2, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x + 4}{x - 2}$.
- 59** ■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$.
- 60** ■■ f définie sur $] -2, 2[$ par $f(x) = \frac{-3x}{x^2 - 4}$.
- 61** ■■ f définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x^2 + x + 1}{x^2 + x - 2}$.

Calculer le nombre dérivé de la fonction f en a (Exercices 62 à 65)

- 62** ■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$, $a = 0,5$.
- 63** ■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2$, $a = -1,5$.
- 64** ■■ f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-x}{x^2 + 3}$, $a = 3$.
- 65** ■■ f définie sur $] -\infty, 1[$ par $f(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$, $a = -2$.

TANGENTE À UNE COURBE

COEFFICIENT DIRECTEUR DE LA TANGENTE ET FONCTION DÉRIVÉE



Lorsque le point N se déplace sur la courbe en se rapprochant du point M ,
la quantité h prend une valeur de plus en plus proche de 0,
la droite (MN) tend à se confondre avec la droite (T) la tangente à la courbe :

Le coefficient directeur de la droite (MN) prend la valeur du coefficient directeur de la tangente au point M de coordonnées $(x_0 ; f(x_0))$;

Ce coefficient est noté $f'(x_0)$, il est appelé nombre dérivé de la fonction pour $x = x_0$.

T.P. 2

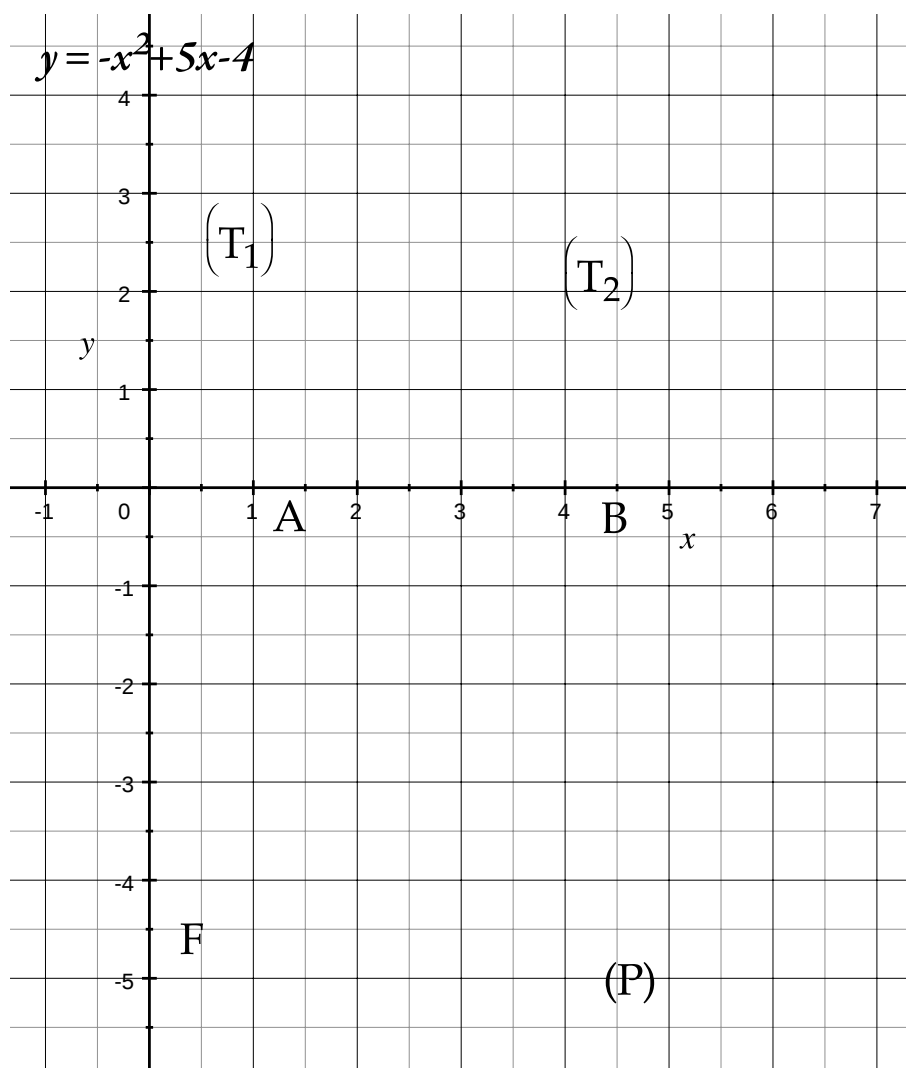
ÉTUDE DES VARIATIONS ET CONSTRUCTION D'UNE COURBE REPRÉSENTATIVE, CONSTRUCTION DE TANGENTES, ÉTUDE GRAPHIQUE DU SIGNE

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0, 6]$ par

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4$$

et P sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Étudier les variations de la fonction f sur $[0, 6]$.
2. Déterminer les coordonnées des points A et B où P coupe l'axe des abscisses.
3. Déterminer les coefficients directeurs des tangentes T_1 et T_2 à P en A et B.
4. Construire sur le même graphique T_1 , T_2 , puis P .
5. a) Utiliser le graphique pour résoudre dans $[0, 6]$ l'inéquation $-x^2 + 5x - 4 \geq 0$.
b) Retrouver le résultat précédent à l'aide d'un tableau de signes et d'un résultat du cours.



Exemple de recherche d'une solution approchée d'une équation

T.P. 4

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-1, 0]$ par $f(x) = x^3 + 2x + 1$ et C sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, unités : 10 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 5 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées.

1. Étudier les variations de f sur $[-1, 0]$.
2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution, notée α dans $[-1, 0]$, (α est la lettre grecque alpha).
3. Remplir, à l'aide d'une calculatrice, le tableau de valeurs suivant dans lequel chaque valeur approchée sera donnée à 10^{-2} près.

x	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0
$f(x)$											

4. Construire la courbe C . Placer le point A de C d'abscisse α sur la figure.
5. Utiliser le tableau de valeurs du 3. pour donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} .

