Première STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°6 : Dérivation Page 145 - 215
Devoir en classe n°7 pour le Vendredi 21 Mai 2010

EXERCICE N°1 :

La fonction f a pour expression $f(x)= x^2 - x - 1$

1°) Calculer l'expression de la fonction dérivée de f ;

Solution : $f'(x)=2x-1$

2°) Etablir le tableau de signe de la fonction dérivée de f ;

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
signe de 2x-1	*négatif*		*0*	*positif*	

3°) Etablir le tableau de variations de la fonction f ;

Solution : Etude du signe de $f'(x)=2x-1$

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
signe de $f'(x)$	*négatif*		*0*	*positif*	
f(x)		↘	*-5/4*	↗	

4°) Démontrer que la fonction admet un minimum sur l'intervalle [-1 ; 2] ;

Solution : Puisque f' s'annule en changeant de signe pour $x_0 = ½$, donc f admet un minimum -5/4 pour $x_0 = ½$.

5°) Etablir le tableau de valeurs suivant :

Points	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
x	*-1*	*0*	*1/2*	*1*	*2*
f(x)	*1*	*-1*	*-5/4*	*-1*	*1*
f'(x)	*-3*	*-1*	*0*	*1*	*3*

6°) Dans un repère orthonormal (O , I , J) admettant pour unité 4 cm placer les 5 points A, B, C, D , E et tracer les tangentes en ces 5 points ;

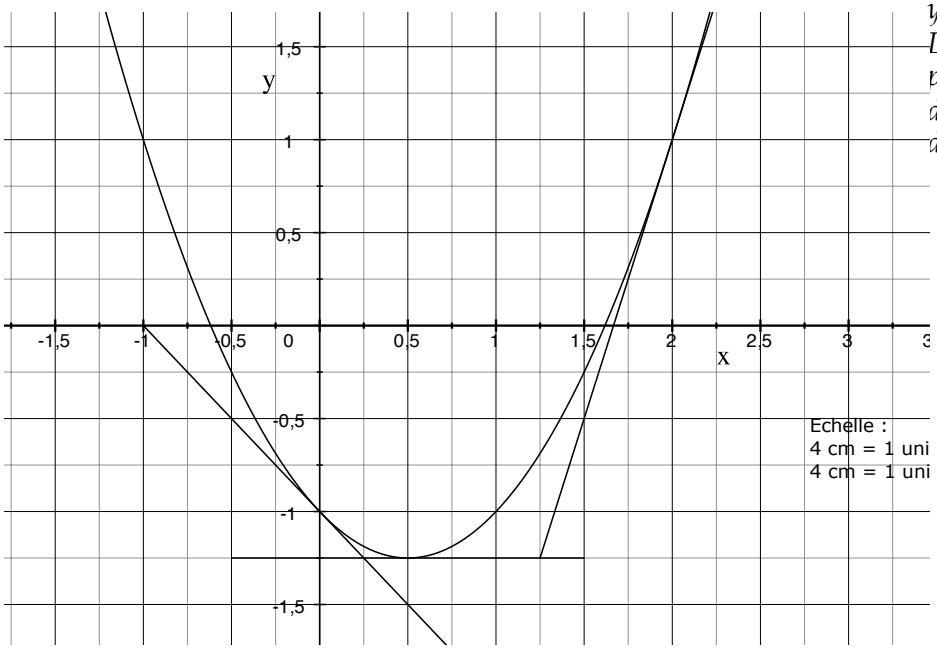
7°) Tracer la courbe représentative de cette fonction sur [-1 ; 2] ;

8°) Démontrer que $x^2 - x - 1 = 0$ admet une solution sur [1 ; 2] , Φ cette solution $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$;

Solution : Puisque f' est strictement positive sur [1 ; 2] et que f(1) f(2) = (-1)(1) = -1 , f(1) f(2) <0 ;
donc l'équation f(x) = 0 admet une solution et une seule sur [1 ; 2] .

9°) Calculer l'équation de la tangente à la courbe au point E , c'est à dire au point d'abscisse $x_0 = 2$; puis l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec l'axe des abscisses ; en déduire une valeur approchée de Φ.

Solution : au point E $x_0 = 2$, $f(x_0)= 1$, $f'(x_0)= 3$, équation de la tangente (T) : $y=f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
$y=3(x - 2) + 1$; $y=3x-6+1$; $y=3x-5$;
La tangente coupe l'axe des abscisses au point P d'ordonnée $y_P = 0$;
donc $0 = 3x_P - 5$; donc $3x_P = 5$;
donc $x_P = 5/3 \approx 1,666$. $\Phi \approx 1,618$



Nom :
Prénom :

Première STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°6 : Dérivation Page 145 - 215
Devoir en classe n°7 pour le Vendredi 21 Mai 2010

Première STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°6 : Dérivation Page 145 - 215
Devoir en classe n°7 pour le Vendredi 21 Mai 2010

EXERCICE N°1 BIS :

La fonction f a pour expression $f(x) = x^2 + x - 1$

1°) Calculer l'expression de la fonction dérivée de f ;

Solution : $f'(x)=2x+1$

2°) Etablir le tableau de signe de la fonction dérivée de f ;

Solution : Etude du signe de $f'(x)=2x-1$

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
signe de 2x+1	*négatif*		*0*	*positif*	

3°) Etablir le tableau de variations de la fonction f ;

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
signe de f'(x)	*négatif*		*0*	*positif*	
f(x)		↘	*-5/4*	↗	

4°) Démontrer que la fonction admet un minimum sur l'intervalle [-2 ; 1] ;

Sol. : Puisque f' s'annule en changeant de signe pour $x_0 = -½$, donc f admet un minimum -5/4 pour $x_0 = -½$.

5°) Etablir le tableau de valeurs suivant :

Points	A	B	C	D	E
x	-2	-1	-1/2	0	1
f(x)	1	-1	-5/4	-1	1
f'(x)	-3	1	0	1	3

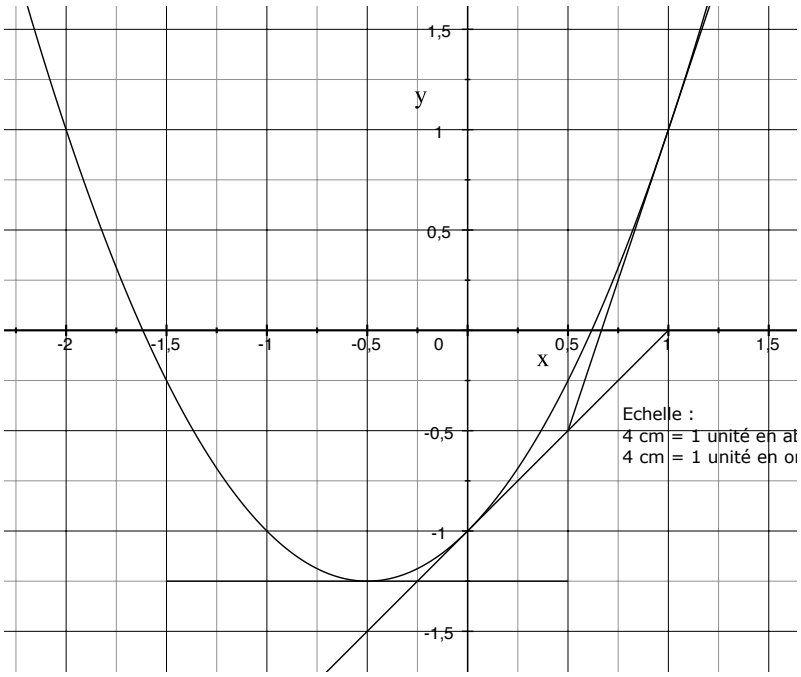
6°) Dans un repère orthonormal (O , I , J) admettant pour unité 4 cm placer les 5 points A, B, C, D , E et tracer les tangentes en ces 5 points ;

7°) Tracer la courbe représentative de cette fonction sur [-2 ; 1] ;

8°) Démontrer que $x^2 + x - 1 = 0$ admet une solution sur [0 ; 1] , on notera Φ cette solution $\Phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$;

Solution : Puisque f' est strictement positive sur [0 ; 1] et que f(0) f(1) = (-1)(1) = -1 , f(0) f(1) <0 ; donc l'équation f(x) = 0 admet une solution et une seule sur [0 ; 1] .

9°) Calculer l'équation de la tangente à la courbe au point E , c'est à dire au point d'abscisse $x_0 = 1$; puis l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec l'axe des abscisses ; en déduire une valeur approchée de Φ.



Solution : au point E $x_0 = 1$, $f(x_0) = 1$, $f'(x_0) = 3$, équation de la tangente (T) : $y=f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$y=3(x - 1) + 1$; $y=3x-3+1$; $y=3x-2$; La tangente coupe l'axe des abscisses au point P d'ordonnée $y_P = 0$;

donc $0 = 3x_P - 2$; donc $3x_P = 2$;

donc $x_P = 2/3 \approx 0,666$. $\Phi \approx 0,618$

Nom :
Prénom :

Première STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°6 : Dérivation Page 145 - 215
Devoir en classe n°7 pour le Vendredi 21 Mai 2010

Première STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°6 : Dérivation Page 145 - 215
Devoir en classe n°7 pour le Vendredi 21 Mai 2010

EXERCICE N°2 :

La courbe ci-dessous ($\mathscr{C}$) est celle de la fonction *f* définie sur] 0 ; + ∞ [qui a pour expression $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$, où a , b et c sont des réels à déterminer.

1°) Calculer l'expression de la fonction dérivée de f en fonction de a et b ; *Solution :* $f'(x) = a - \frac{c}{x^2}$

2°) Exprimer que les points A et B sont des points de ($\mathscr{C}$) et qu'en A la tangente à ($\mathscr{C}$) est horizontale ; *Solution : f(4) = 3 ; f(2)=5 ; f'(2)=0*

3°) En déduire un système d'équations avec les inconnues a , b et c , le résoudre et en déduire l'expression de f(x) ; *Solution : 4a+b+c/4 = 3 ; 2a+b+c/2=5 ; 4a-c/16=0 ; d'où : a=1 ; b=-5 ; c=16*

4°) Etudier le sens de variation de *f* définie sur] 0 ; + ∞ [qui a pour expression $f(x) = x - 5 + \frac{16}{x}$;

Solution : $f'(x) = \frac{x^2-16}{x^2} = \frac{(x-4)(x+4)}{x^2}$; ***puisque $x^2>0$ sur] 0 ; + ∞ [donc signe de f'(x) = signe de x^2-16 ;***

Le signe du polynôme x^2-16 est du signe de a=1 donc positif à l'extérieur des racines.

$f'(x)>0$; S = [4 ; +∞[

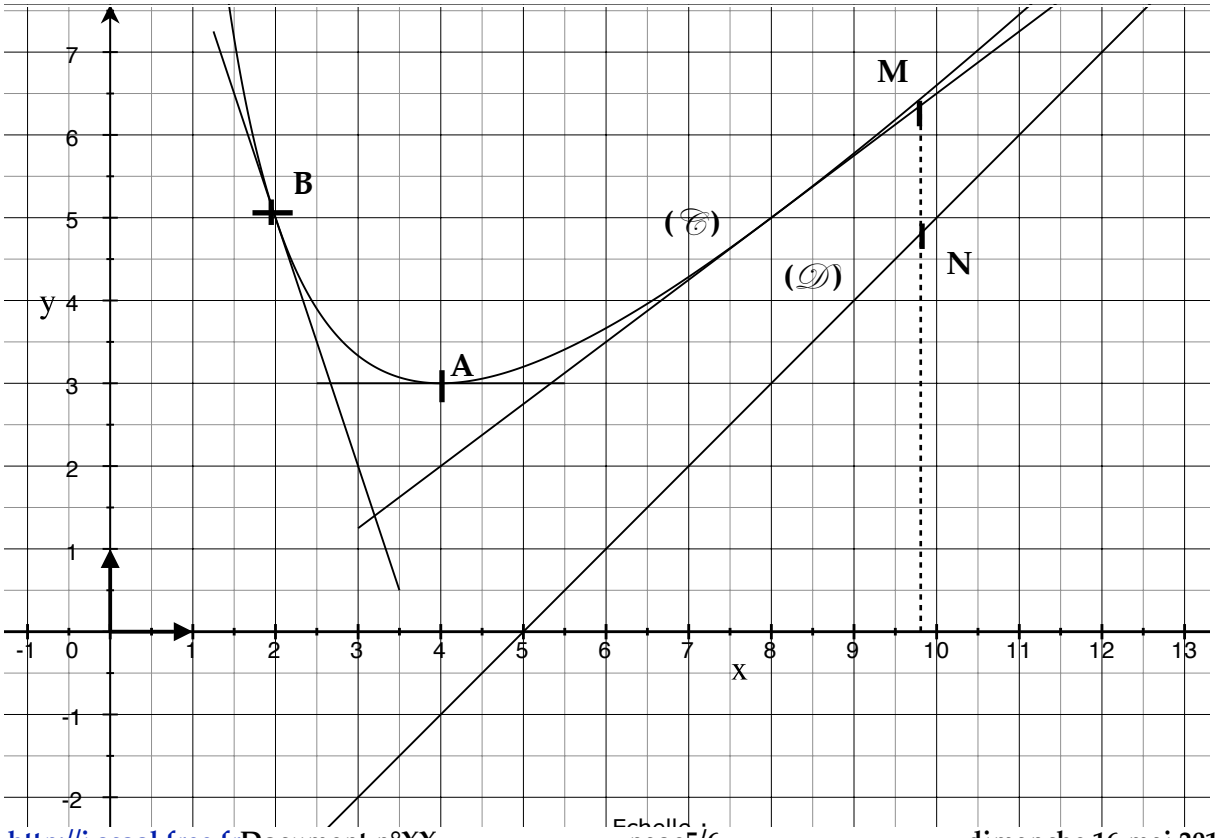
x	-∞		-4		0		4		+∞
signe de f'(x)		*positif*	*0*	*négatif*		*négatif*	*0*	*positif*	
f(x)		↗	-4	↘		↘	4	↗	

Soit ($\mathscr{D}$) la droite d'équation ***y = x - 5*** ;

Soit M un point de la courbe ($\mathscr{C}$) de coordonnées (x ; f(x)) ;

Soit N un point de la courbe ($\mathscr{D}$) d'abscisse x ;

5°) Placer le point N dans le repère :



Première STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°6 : Dérivation Page 145 - 215
Devoir en classe n°7 pour le Vendredi 21 Mai 2010

6°) Calculer l'expression h(x) = f(x)-(x-5) ; étudier le signe de h(x) ; en déduire la position de la courbe ($\mathscr{C}$) par rapport à la droite ($\mathscr{D}$) ;

$$h(x)=x-5+\frac{16}{x}-(x-5)=\frac{16}{x}$$ ***;puisque x>0 sur] 0 ; + ∞ [donc signe de h(x) = positif ;***

Solution : ***Puisque $h(x)>0$, donc M est au-dessus de N et la courbe (C) est au dessus de la droite (D).***

7°) Calculer l'équation de la tangente (T) à la courbe au point B ;

Solution : au point B $x_0 = 2$, $f(x_0)= 5$, $f'(x_0)= -3$, équation de la tangente (T) : $y=f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
$y=-3(x - 2) + 5$; $y=-3x +6+5$; $y=-3x+11$;

8°) Calculer l'équation de la tangente (T') au point d'abscisse $x_0 = 8$;

Solution : au point B $x_0 = 8$, $f(x_0)= 5$, $f'(x_0)= 1-4/16=3/4$, équation de la tangente (T) : $y=f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
$y=3/4(x - 8) + 5$; $y=3/4x - 24/4+5$; $y=3/4x-1$;

9°) Calculer les coordonnées du point d'intersection des tangentes (T) et (T') ;

Solution : résoudre le système : $y=-3x+11$; $y=3/4x-1$; $S = \{ (48/15 ; 7/5) \}$