

Première 1STL 2 - Année Scolaire 2009-2010

Chapitre n°7 : Polynômes du second degré -

Devoir en classe n°3



EXERCICE N°1 : Coût et chiffre d'affaires

Une unité de production est sous-traitante pour une grande marque de jouets.
Elle fabrique des poupées et vend toute sa production.

Le coût total de fabrication C de x milliers de poupées est donné par l'expression de la fonction $C(x) = 0,05x^2 + x + 80$ pour x appartenant à $[0 ; 100]$ et $C(x)$ est donné en milliers d'euros ;
On note (C) la courbe représentative de cette fonction dans le repère orthogonal ci-dessous .

❶ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction C ;

❷ – Résoudre l'équation $C(x) = 480$;

En donner une interprétation concrète.

Le chiffre d'affaires R obtenu par la vente de x milliers de poupées produites est tel que ;
 $R(60) = 360$: c'est à dire que 60 milliers de poupées apportent 360 k€ de recette.

❸ – Sachant que le chiffre d'affaires R est une fonction linéaire de la quantité q , déterminer l'expression de cette fonction linéaire ;

❹ – Dans le même repère orthogonal, représenter la fonction R ; placer tous les points mis en valeur au cours des questions précédentes.

On considère la fonction B qui a pour expression de la fonction

$B(x) = -0,05x^2 + 5x - 80$ pour x appartenant à $[0 ; 100]$;

❺ – Etablir que **la fonction B est la fonction bénéfice** de cette usine pour la production (et vente) de x milliers de poupées ;

❻ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction B ;

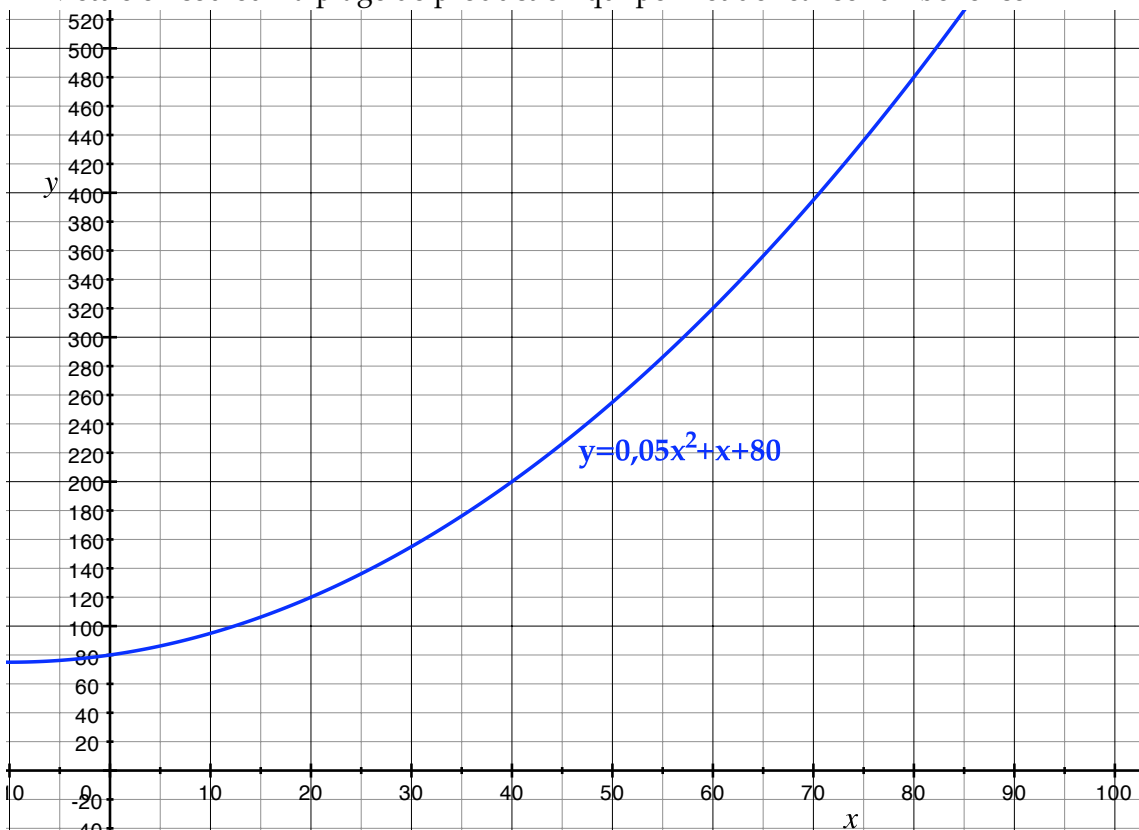
En déduire le nombre de poupées à produire pour que le bénéfice soit maximal.

Donner la valeur de ce bénéfice maximal.

❼ – Déterminer la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice (c'est à dire positif ou nul).

❽ – Dans le même repère orthogonal, représenter la fonction B ; placer tous les points mis en valeur au cours des questions précédentes.

Mettre en couleur la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice.



Première 1STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°7 : Polynômes du second degré -
Devoir en classe n°3



RAPPEL :

Soit le polynôme $p(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

Mis sous forme canonique le polynôme s'écrit : $= a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = p(\alpha)$

On appelle Δ le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta \geq 0$, alors le polynôme $p(x)$ est factorisable et $p(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

avec $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

EXERCICE 2 : Polynôme du second degré et discriminant :

❶ Réaliser le tableau de signe du polynôme : $p(x) = -4x^2 + 6x - 3$

Résoudre l'équation : $-4x^2 + 6x - 3 \geq 0$

EXERCICE N°3 : Calcul algébrique :

❶ – Résoudre ;

$$x - \frac{5 - 2x}{3} = 1 - \frac{x - 2}{2}$$

❷ – Les phrases sont-elles vraies ou fausses ;

Tout nombre est solution de :

$$5x - 3 = 2x - 3(4 - x) + 9$$

L'équation n'a pas de solution :

$$3x + 6(8 - x) = 12(4 - 5x)$$

Première 1STL 2 - Année Scolaire 2009-2010

Chapitre n°7 : Polynômes du second degré -

Devoir en classe n°3



EXERCICE N°1 : Coût et chiffre d'affaires

Une unité de production est sous-traitante pour une grande marque de jouets.
Elle fabrique des poupées et vend toute sa production.

Le coût total de fabrication C de x milliers de poupées est donné par l'expression de la fonction $C(x) = 0,1x^2 + 4x + 30$ pour x appartenant à $[0 ; 40]$ et $C(x)$ est donné en milliers d'euros ;
On note (C) la courbe représentative de cette fonction dans le repère orthogonal ci-dessous .

❶ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction C ;

❷ – Résoudre l'équation $C(x) = 150$;

En donner une interprétation concrète.

Le chiffre d'affaires R obtenu par la vente de x milliers de poupées produites est tel que ;
 $R(20) = 180$: c'est à dire que 20 milliers de poupées apportent 180 k€ de recette.

❸ – Sachant que le chiffre d'affaires R est une fonction linéaire de la quantité q , déterminer l'expression de cette fonction linéaire ;

❹ – Dans le même repère orthogonal, représenter la fonction R ; placer tous les points mis en valeur au cours des questions précédentes.

On considère la fonction B qui a pour expression de la fonction

$B(x) = -0,1x^2 + 4x - 30$ pour x appartenant à $[0 ; 40]$;

❺ – Etablir que *la fonction B est la fonction bénéfice* de cette usine pour la production (et vente) de x milliers de poupées ;

❻ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction B ;

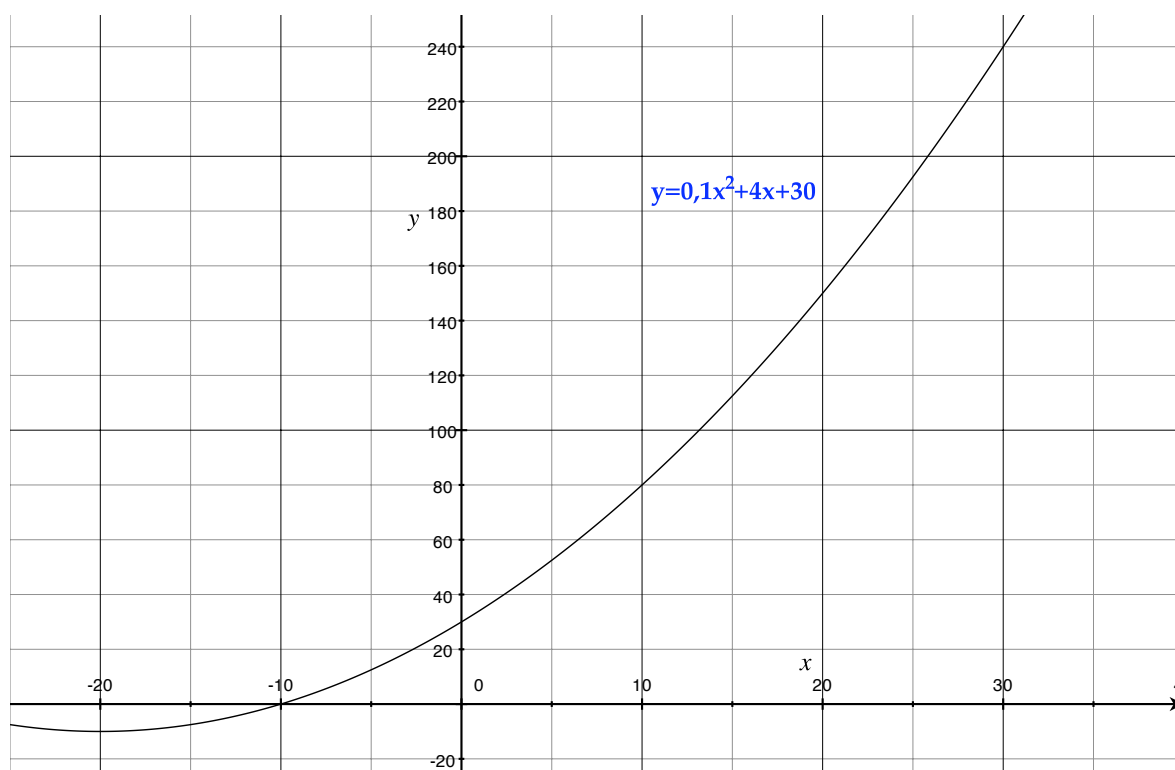
En déduire le nombre de poupées à produire pour que le bénéfice soit maximal.

Donner la valeur de ce bénéfice maximal.

❼ – Déterminer la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice (c'est à dire positif ou nul).

❽ – Dans le même repère orthogonal, représenter la fonction B ; placer tous les points mis en valeur au cours des questions précédentes.

Mettre en couleur la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice.



Première 1STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°7 : Polynômes du second degré -
Devoir en classe n°3



RAPPEL :

Soit le polynôme $p(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

Mis sous forme canonique le polynôme s'écrit : $= a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = p(\alpha)$

On appelle Δ le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta \geq 0$, alors le polynôme $p(x)$ est factorisable et $p(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

avec $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

EXERCICE 2 : Polynôme du second degré et discriminant :

❶ Réaliser le tableau de signe du polynôme : $p(x) = 6x^2 - 3x + 4$

Résoudre l'équation : $6x^2 - 3x + 4 \leq 0$

EXERCICE N°3 : Calcul algébrique :

❶ – Résoudre ;

$$x - \frac{2 - 3x}{3} = 5 - \frac{x - 1}{2}$$

❷ – Les phrases sont-elles vraies ou fausses ;

Tout nombre est solution de :

$$7x - 4 = 4x - 3(4 - x) + 8$$

L'équation n'a pas de solution :

$$2x + 5(12 - x) = 15(4 - 2x)$$

Première 1STL 2 - Année Scolaire 2009-2010

Chapitre n°7 : Polynômes du second degré -

Devoir en classe n°3

EXERCICE N°1 : Coût et chiffre d'affaires

❶ – Mettre le polynôme sous forme canonique, en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction C ;

$$C(x) = 0,05x^2 + x + 80 = \frac{1}{20}(x^2 + 20x + 1600) =$$

$$C(x) = \frac{1}{20}(x^2 + 20x + 100 - 100 + 1600) =$$

$$C(x) = \frac{1}{20}[(x^2 + 20x + 100) + 1500] =$$

$$C(x) = \frac{1}{20}[(x + 10)^2 + 1500] = \frac{1}{20}(x + 10)^2 + 75$$

Le polynôme C(x) admet pour courbe représentative une parabole de sommet (-10, 75) concavité tournée vers les y positifs

La fonction C est croissante sur [-10, 100]

❷ – Résoudre l'équation C(x)=480 ;

En donner une interprétation concrète.

$$C(x) = \frac{1}{20}(x + 10)^2 + 75 = 480 ; (x + 10)^2 - 8100 = 0 = (x + 100)(x - 80)$$

Les solutions sont : x = 80 et x = -100 ;

480 € est le coût de fabrication de 80 000 de poupées.

$$R(x) = 6x$$

❸ – Déterminer l'expression de cette fonction linéaire ; R(q)=aq donc R(60)=360=a60 ; donc a=360/60= 6 ;
donc R(q)=6q

$$B(x) = R(x) - C(x) = 6x - (0,05x^2 + x + 80) = -0,05x^2 + 5x - 80$$

$$B(x) = -\frac{1}{20}(x^2 - 100x + 1600) = \frac{1}{20}[(x - 50)^2 - 900] = (x - 50 - 30)(x - 50 + 30)$$

$$B(x) = -\frac{1}{20}(x - 50)^2 + 45 =$$

Le polynôme B(x) admet pour courbe représentative une parabole de sommet (50, 45) concavité tournée vers les y négatifs

La fonction B est croissante sur [0, 50] et décroissante sur [50, 100]

$$B(x) = -\frac{1}{20}(x - 50)^2 + 45 = 0 = (x - 80)(x - 20) = -0,05x^2 + 5x - 80$$

Les solutions sont : x = 80 et x = 20 ;

Le signe du polynôme B(x) = -0,05x² + 5x - 80 est du signe de -0,05 à l'extérieur des racines ;

Donc, B(x) ≥ 0 : S = [20, 80]

EXERCICE 2 : Polynôme du second degré et discriminant : :

❶ Réaliser le tableau de signe du polynôme :

$$p(x) = 6x^2 - 3x + 4 ; a=6, b=-3, c=4 ; \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 4 = 9 - 96 = -87$$

puisque Δ ≤ 0 le polynôme n'est pas factorisable ;

Le polynôme est du signe de a ; ici a=6 donc le polynôme est positif pour tout x réel.

Résoudre l'équation : 6x² - 3x + 4 ≤ 0 ; cette inéquation n'a pas de solution

EXERCICE N°3 : Calcul algébrique :

❶ – Résoudre ;

$$x - \frac{2-3x}{3} = 5 - \frac{x-1}{2} \Leftrightarrow \frac{3x-2+3x}{3} = \frac{10-x+1}{2} \Leftrightarrow 2(6x-2) = 3(11-x) \Leftrightarrow 12x-4=33-3x \Leftrightarrow 15x=29 ; S=\{29/15\}$$

❷ – Les phrases sont-elles vraies ou fausses ;

Tout nombre est solution de :

$$7x - 4 = 4x - 3(4-x) + 8 \Leftrightarrow 7x - 4 = 4x - 12 + 3x + 8 \Leftrightarrow 7x - 4 = 7x - 4 \Leftrightarrow 0x = 0 ; S =]-\infty ; +\infty[\text{ Affirmation vraie}$$

L'équation n'a pas de solution :

$$2x + 5(12-x) = 15(4-2x) \Leftrightarrow 2x + 60 - 5x = 60 - 30x \Leftrightarrow 60 - 60 = 5x - 2x - 30x \Leftrightarrow 0 = -27x ; S = \{0\} \text{ Affirmation fausse}$$

Première 1STL 2 - Année Scolaire 2009-2010

Chapitre n°7 : Polynômes du second degré -

Devoir en classe n°3

EXERCICE N°1 : Coût et chiffre d'affaires

❶ – Mettre le polynôme sous forme canonique, en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction C ;

$$C(x) = 0,1x^2 + 4x + 30 = \frac{1}{10}(x^2 + 40x + 300) =$$

$$C(x) = \frac{1}{10}(x^2 + 40x + 400 - 400 + 300) =$$

$$C(x) = \frac{1}{10}[(x^2 + 40x + 400) - 100] =$$

$$C(x) = \frac{1}{10}[(x+20)^2 - 100] = \frac{1}{10}(x+20)^2 - 10$$

Le polynôme C(x) admet pour courbe représentative une parabole de sommet (-20, -10) concavité tournée vers les y positifs

La fonction C est croissante sur [-20, 40]

❷ – Résoudre l'équation C(x)=480 ;

En donner une interprétation concrète.

$$C(x) = \frac{1}{10}(x+20)^2 - 10 = 150 \Leftrightarrow (x+20)^2 - 1600 = 0 = (x+60)(x-20)$$

Les solutions sont : x = 20 et x = -60 ;

150 € est le coût de fabrication de 20 000 de poupées.

$$R(x) = 8x$$

❸ – Déterminer l'expression de cette fonction linéaire ; R(q)=aq donc R(20)=160=a20 ; donc a=160- /20= 8 ; donc R(q)=8q

$$B(x) = R(x) - C(x) = 8x - (0,1x^2 + 4x + 30) = -0,1x^2 + 4x - 30$$

$$B(x) = -\frac{1}{10}(x^2 - 40x + 300) = -\frac{1}{10}[(x-20)^2 - 100] = -\frac{1}{10}(x-20-10)(x-20+10)$$

$$B(x) = -\frac{1}{10}(x-20)^2 + 10 =$$

Le polynôme B(x) admet pour courbe représentative une

parabole de sommet (20, 10) concavité tournée vers les y négatifs

La fonction B est croissante sur [0, 20] et décroissante sur [20, 40]

$$B(x) = -\frac{1}{10}(x-20)^2 + 10 = 0 = (x-30)(x-10) = -0,1x^2 + 4x - 30$$

Les solutions sont : x = 30 et x = 10 ;

Le signe du polynôme B(x) = -0,1x² + 4x - 30 est du signe de a = -0,1 à l'extérieur des racines ;

Donc, B(x) ≥ 0 à l'intérieur des racines : S = [10, 30]

EXERCICE 2 : Polynôme du second degré et discriminant : :

❶ Réaliser le tableau de signe du polynôme :

$$p(x) = -4x^2 + 6x - 3 ; a = -4, b = 6, c = -3 ; \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4*(-4)*(-3) = 36 - 48 = -12$$

puisque Δ ≤ 0 le polynôme n'est pas factorisable ;

Le polynôme est du signe de a ; ici a = -4 donc le polynôme est négatif pour tout x réel.

Résoudre l'équation : -4x² + 6x - 3 ≥ 0 ; cette inéquation n'a pas de solution

EXERCICE N°3 : Calcul algébrique :

❶ – Résoudre ;

$$x - \frac{5-2x}{3} = 1 - \frac{x-2}{2} \Leftrightarrow \frac{3x-5+2x}{3} = \frac{2-x+2}{2} \Leftrightarrow 2(5x-5) = 3(4-x) \Leftrightarrow 15x-10 = 12-3x \Leftrightarrow 18x = 22 ; S = \{11/9\}$$

❷ – Les phrases sont-elles vraies ou fausses ;

Tout nombre est solution de :

$$5x - 3 = 2x - 3(4-x) + 9 \Leftrightarrow 5x - 3 = 2x - 12 + 3x + 9 \Leftrightarrow 5x - 3 = 5x - 3 \Leftrightarrow 0x = 0 ; S =]-\infty ; +\infty[\text{ Affirmation vraie}$$

L'équation n'a pas de solution :

$$3x + 6(8-x) = 12(4-5x) \Leftrightarrow 3x + 48 - 6x = 48 - 60x \Leftrightarrow 48 - 48 = 6x - 3x - 60x \Leftrightarrow 0 = -57x ; S = \{0\} \text{ Affirmation fausse}$$

Première 1STL 2 - Année Scolaire 2009-2010
 Chapitre n°7 : Polynômes du second degré -
 Devoir en classe n°3

