Première STL 2 - Année Scolaire 2009 - 2010
Chapitre n°4 : Probabilités ; Page 75 - 119
Programme d'étude :

<u>Avant-Propos:</u>

Le problème du Grand Duc de Toscane, grand joueur de hasard, est historiquement à l'origine du terme " calcul de probabilités ". Galilée (1564-1642), mathématicien, physicien et astronome italien a un inventé un nouveau modèle de présentation permettant le dénombrement des cas possibles.

Contenu :

On appelle expérience aléatoire tout concours de circonstances (expérience, observation, mesure, …) qui conduit à des éventualités bien définies mais dont le résultat est imprévisible.

Ces éventualités sont appelées aussi issues de l'épreuve. La totalité des issues possibles étant bien définies, elles constituent l'univers noté Ω ; une partie de l'univers est appelé événement.

Bien retenir la définition d'évènements incompatibles ou contraires

Progression :

Leçon n°1 : Présentation , vocabulaire , évènements ; (à partir d'un document remis en classe)
T.P. n°1 à 12 page 90 - 95 :

Les exercices d'entraînement :

<u>Calcul de probabilités ;</u>
Ex n°22 page 101 ; ex n°3 page 96 ;
<u>Exemples simples ;</u>
Ex n°26 page 18 ;
<u>Emploi de partitions ou représentations ;</u>
Ex n°32 page 103 ; ex n°34 page 104 ;
<u>Problèmes ;</u>
Ex n°44 & 46 page 109 ;

T.P. 1

PROBLÈME D'URNE

Une urne contient dix boules : cinq blanches, trois violettes, deux vertes.
On tire une boule de l'urne.
Tous les tirages sont équiprobables.
Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « la boule tirée est violette » ;
B : « la boule tirée est blanche » ;
C : « la boule tirée est verte » ;
D : « la boule tirée est blanche ou verte ».

FIGURE 13

T.P. 2

JEU DE CARTES

Dans un jeu de 32 cartes, on tire une carte. On admet qu'il y a équiprobabilité des tirages. Les événements A et B sont définis comme suit :
A : « La carte est un pique ».
B : « La carte est une figure » (valet, dame ou roi).
Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

1. Calculer P (A) et P (B).

2. On note $\overline{A}$ l'événement contraire de A.
Définir $\overline{A}$ par une phrase en français. Calculer P ($\overline{A}$).

3. a) Définir par une phrase en français l'événement A ∩ B.
b) Calculer P (A ∩ B).
c) Les événements A et B sont-ils incompatibles ?

4. a) Trouver un événement C tel que B et C soient incompatibles.
b) Calculer P (C), puis P (B) + P (C).
c) Définir par une phrase en français l'événement B ∪ C.
d) Calculer de deux façons différentes P (B ∪ C).

PROBABILITÉS - PRÉSENTATION - VOCABULAIRE

Ne p
blem

Programme d'étude :

concept de hasard dans une définition formelle, les mathématiciens ont banni ce terme de leur vocabulaire.

Cela ne les empêche pas d'utiliser l'adjectif “aléatoire” dont la racine latine (sans doute plus noble) désigne, tout comme le mot arabe “ az.zahr” , le jeu de dés.

Pourtant c'est précisément l'objet de la théorie des probabilités (appelée calcul de probabilités) que d'élaborer une théorie mathématique apte à décrire des phénomènes où l'on admet l'intervention du hasard.

Epreuve - Expérience aléatoire : notée E

✍ Ce terme décrira **tout concours de circonstances** (expérience, observation, mesure, ...) qui conduit à des éventualités **bien définies mais dont le résultat est imprévisible**.

✍ Ces éventualités sont appelées aussi **issues** de l'épreuve.

On pourra appeler expérience aléatoire la réalisation de une ou plusieurs épreuves.

Evènement - Evènement élémentaire :

Un **évènement** est un ensemble **bien définies d'éventualités (issues de l'épreuve)**. (du latin evenire : arriver).

☞L'ensemble de toutes les issues d'une épreuve
est appelé **univers (noté Ω) associé à l'épreuve** E .

☞Une issue sera appelée **évènement élémentaire** .

Un évènement A est donc constitué d'évènements élémentaires.

☞**Le nombre de ces évènements élémentaires est noté : n(A)**

L'univers Ω associé à l'épreuve E est constitué de tous les évènements élémentaires.

☞**Le nombre de tous les évènements élémentaires est noté : n(Ω)**

Probabilité :

✍ **La probabilité d'un évènement mesure le degré de certitude qu'on a de le voir se réaliser.**

Assez naturellement, on attribue la probabilité 0 à un évènement impossible et la probabilité 1 à un évènement dont la réalisation est certaine.

L'échelle des valeurs possible étant fixée, comment peut-on évaluer la probabilité d'un évènement donné ? Cette question admet plusieurs types de réponses suivant la nature de l'expérience aléatoire considérée.

Principe d'homogénéité et de symétrie :

S'il paraît plausible d'admettre que toutes les issues d'une épreuve E sont également vraisemblables, on admettra que la probabilité de l'évènement A est : .

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Cette première approche s'avère très vite peu satisfaisante et on doit faire appel à une définition de nature statistique et admettre le principe des fréquences.

Principe des fréquences :

Considérons une épreuve E et un évènement A ; on réalise N fois l'épreuve ; l'évènement A ayant lieu n_A fois, On dira que la fréquence relative de l'évènement A est :

D'où p(A) défini par :

$$p(A)=\frac{n_A}{N}$$

Afin d'illustrer ce vocabulaire des probabilités nous allons considérer l'expérience aléatoire suivante :

Programme d'étude :

E **: « tirer une boule dans un sac contenant 12 boules numérotées de 1 à 12 »**
Une issue de l'expérience :
Ω : univers associé à l'expérience aléatoire E
Ω = { }

Evènements :

Un **évènement** est ensemble bien défini d'issues de l'expérience aléatoire E .
Exemple : A est l'évènement Obtenir un nombre pair
A : « Obtenir un nombre pair » ***présentation de l'évènement en extension***
A = { x ; x est un nombre pair } ***présentation de l'évènement en extension***
A = { ; ; ; ; ; } ***présentation de l'évènement en compréhension***

Evènement élémentaire :

C'est un évènement n'ayant qu'un seul résultat : l'ensemble n'a alors qu'un seul élément.
Exemple : S « Obtenir un 7»
S = { 7 } ;

Réunion d'évènements $A \cup B$:

C'est un évènement formé par l'ensemble des résultats des deux évènements : dans le 1er **ou** dans le 2ème évènement (on ne répète jamais les éléments qui sont en communs).
Exemple :
A : « Obtenir un nombre pair » ; A = { ; ; ; ; ; } ;
B : « Obtenir un nombre multiple de 3 » ; B = { ; ; ; }
$\mathbf{A \cup B}$: « Obtenir un nombre pair ou un multiple de 3 »
$\mathbf{A \cup B}$ = { ; ; ; ; ; ; ; }

Intersection d'évènements $A \cap B$:

C'est un évènement formé par l'ensemble des résultats communs aux deux évènements : dans le 1er **et** dans le 2ème évènement.
$\mathbf{A \cap B}$: « Obtenir un nombre pair et un multiple de 3 »
$\mathbf{A \cap B}$ = { ; } ;

Evènements disjoints ou incompatibles :

Ce sont deux évènements qui n'ont **pas de résultats en commun** : leur intersection est vide.
Exemple : C : « Obtenir un nombre supérieur strictement à 10 »
C = { ; } ;
D : « Obtenir un nombre inférieur strictement à 6 »
D = { ; ; ; ; } ;
$\mathbf{C \cap D}$ = ;

Evènements contraires :

Ce sont deux évènements disjoints mais dont la réunion forme la **totalité** des résultats possibles. Les résultats favorables de l'un sont les résultats défavorables de l'autre.
Exemple : A : « Obtenir un nombre pair »
A = { ; ; ; ; ; } ;
F : « Obtenir un nombre impair »
F = { ; ; ; ; ; } ;
$\mathbf{A \cap F}$ = ;
$\mathbf{A \cup F}$ = ;

Problème du Grand Duc de Toscane

Expérience aléatoire :

Lancé de trois dés :

Variable aléatoire

Somme des chiffres sur la face supérieure des dés

Somme	Cas favorables	Nombre de cas favorables		Probabilité
3	111;	1		1/216
4	112;	3		1/72
5	113;122;	6	3+3	1/36
6	114;123;222;	10	3+6+1	5/108
7	115;124;133;223;	15	3+6+3+3	5/72
8	116;125;134;224;233;	21	3+6+6+3+3	7/72
9	126;135;144;225;234;333;	25	6+6+3+3+6+1	25/216
10	136;145;226;235;244;334;	27	6+6+3+6+3+3	1/8
11		27		1/8
12		25		25/216
13		21		7/72
14		15		5/72
15		10		5/108
16		6		1/36
17	566;	3		1/72
18	666;	1		1/216
		216		

	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)					
3	(3;1)					
4	(4;1)					
5	(5;1)					
6	(6;1)					

Programme d'étude :

T.P. 7

Jeu de dés : exemple d'emploi d'un tableau

Deux dés cubiques de couleur différente, un vert et un rouge, ont leurs six faces numérotées respectivement 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
On lance simultanément les deux dés et on note le chiffre marqué sur la face supérieure de chacun des dés. Un résultat est un couple (a, b) de deux nombres donnant dans l'ordre (dé vert, dé rouge) le nombre de points obtenus avec chaque dé.

1. Donner tous les résultats possibles en remplissant le tableau suivant, après l'avoir reproduit.

Dé vert \ Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1		(1, 2)				
2						
3						
4						
5						
6						

Par exemple, le couple (1, 2) correspond au résultat : « on a obtenu 1 avec le dé vert et 2 avec le dé rouge ».
Quel est le nombre de résultats possibles ?

2. On suppose que tous les couples possibles sont équiprobables.
Déterminer, sous forme de fraction irréductible, la probabilité de chacun des événements suivants :
E_1 : « Le résultat ne comporte aucun six » ;
E_2 : « Le résultat comporte exactement un six » ;
E_3 : « Le résultat comporte deux six » ;
E_4 : « Le résultat comporte au moins un six » ;
E_5 : « Le résultat comporte au plus un six » ;
E_6 : « Le résultat comporte un cinq et un six ».
On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

3. Parmi les deux égalités suivantes, indiquer celle qui est vraie.
a) $E_4 = E_2 \cap E_3$;
b) $E_4 = E_2 \cup E_3$.

4. Parmi les événements E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, trouver deux événements incompatibles (ou disjoints). Justifier votre réponse.

T.P. 6

Exemple d'emploi d'un tableau et calculs de pourcentages

En 1992, en France, 178 530 médecins étaient inscrits au Conseil de l'Ordre dont 78 553 spécialistes. (*source : Quid 93*).
61 % des médecins sont des médecins libéraux.
50 % des médecins libéraux sont des médecins généralistes.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant.
On donnera les valeurs approchées entières par défaut des résultats.

	Généralistes	Spécialistes	Total
Libéraux			
Salariés			
Total		78 553	178 530

2. On choisit, au hasard, un médecin inscrit au Conseil de l'Ordre. Tous les choix sont équiprobables.
a) On considère les événements A, B, C suivants :
A : « Il s'agit d'un médecin spécialiste » ;
B : « Il s'agit d'un médecin libéral » ;
C : « Il s'agit d'un médecin spécialiste et libéral » ;
D : « Il s'agit d'un médecin généraliste salarié ».
Calculer la probabilité de chacun de ces événements. On arrondira les résultats à 10^{-2} près.
b) Les événements A et D sont-ils incompatibles (ou disjoints) ?
c) On considère l'événement $E = A \cup D$.
Définir par une phrase l'événement E et calculer la probabilité de cet événement. On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

(D'après baccalauréat, 1997.)