Première 1ES1 - Année Scolaire 2009 - 2010
Chapitre n°4 : Résolution d'un système de 3 équations à 3 inconnues ; Page 90 - 113

Exemples traité en Cours

Résoudre les systèmes.

Système I : $\begin{cases} x + y + z = 30 \\ 2x + 3y + z = 50 \\ 3x + 5y + 2z = 85 \end{cases}$

Système II : $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$

Système III : $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 3x + y - z = 5 \end{cases}$

Système IV : $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - 2y + 5z = 5 \\ 5x - 5y + 9z = 9 \end{cases}$

Systèmes d'équations linéaires à trois inconnues

21 (S) est le système $\begin{cases} x - y - 2z = 17 & (1) \\ 2x + y + z = -4 & (2) \\ 3x - 2y - z = 11 & (3) \end{cases}$

a) Éliminer l'inconnue y par combinaison des équations (1) et (2), puis par combinaison des équations (2) et (3).
b) Étudier le nombre de solutions du système de deux équations d'inconnues x et z ainsi obtenu, puis résoudre ce système.
c) Résoudre (S).

Pour les exercices 22 et 23

Résoudre le système donné.

22 $\begin{cases} x + 3y + z = 8 \\ 4x - 3y + 3z = 1 \\ 5x + 2y - 3z = 6 \end{cases}$ **23** $\begin{cases} x + y + z = 21 \\ 2x + y = 20 \\ x + 2z = 3 \end{cases}$

24 Résoudre le système $\begin{cases} x - 2y + 11z = 8 \\ 5x - 7y + 9z = 56 \\ -2x + 4y - 22z = 16 \end{cases}$

Conseil : se reporter à l'exercice résolu 1 page 97.

25 (S) est le système $\begin{cases} 2x - y + z = 6 & (1) \\ 3x + y - 2z = 10 & (2) \\ x + 2y - 3z = 5 & (3) \end{cases}$

a) En utilisant la substitution, éliminer l'inconnue y des équations (2) et (3).
b) Quel est le nombre de solutions du système de deux équations ainsi obtenu ?
c) Déterminer les solutions éventuelles du système (S).

26 Résoudre le système :

$\begin{cases} x + y + 2z = 9 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ 5x + 2y + 9z = 36 \end{cases}$

Conseil : se reporter à l'exercice résolu 2 page 97.

27 (S) est le système

$\begin{cases} 5x + 10y + 2z = 20 & (1) \\ x + y + z = 3 & (2) \\ 2x - 3y + 5z = 1 & (3) \end{cases}$

a) Éliminer l'inconnue z par combinaison des équations (1) et (2), puis (2) et (3).
b) Quel est le nombre de solutions du système de deux équations ainsi obtenu ?
c) Résoudre ce système puis en déduire les solutions de (S).

Pour les exercices 28 à 31

Résoudre le système proposé.

28 $\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 10 \\ x + y = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}$

29 $\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}$

57 ★ Un magasin vend entre autres des jeans, des blousons et des chemises.

Pour 7 jeans, 4 blousons et 10 chemises vendus, il réalise une recette de 915 €.
Lors de la période des soldes, le gérant propose une réduction de :
- 30 % sur les jeans,
- 15 % sur les blousons,
- 10 % sur les chemises.

Thomas et Marc profitent de ces soldes.
Thomas achète un jean, un blouson et une chemise pour la somme de 120,5 €.
Marc achète deux jeans, un blouson et trois chemises, et paie le tout 204 €.
Déterminer le prix d'un jean, d'un blouson et d'une chemise avant la période des soldes.

58 ★ Pour le prochain spectacle organisé au lycée, Xaria, Yvoire et Zaël s'occupent de l'entracte : Xaria est chargée de la confection de gâteaux, Yvoire de la décoration et Zaël des boissons. Chaque gâteau revient à 2 €, chaque décor à 5 € et un litre de boisson à 1 €.
Un gâteau demande 1 h de temps, la confection d'un décor demande 1 h 30 et un litre de boisson, à base de jus de fruits frais, 15 min.
Chaque gâteau est partagé en huit : une part est vendue 1 €, et un litre de boisson donne 10 verres, vendu chacun 0,5 €.
Le budget total est de 76 € et les organisatrices ont consacré 28 h au total. La recette totale a été de 200 €. Tout a été vendu.
Déterminer le nombre x de gâteaux, y de décorations et z de litres de boissons.

59 ★ Une firme internationale utilise trois sous-traitants pour la fabrication de calculettes.
Chaque jour :

66 ★★ Lors d'un jeu, Patrice gagne au moins 100 € de plus que Jean-Michel, mais le gain de Jean-Michel est au maximum la moitié du gain de Patrice.
Patrice gagne au plus 500 €.
Soit x le gain de Jean-Michel et y celui de Patrice.
Représenter sur un graphique les couples $(x\,;\,y)$ de gains possibles.

67 ★ Une compagnie maritime de transport inter-îles dispose de 11 bateaux de deux modèles :
5 du modèle M_1 pouvant transporter à pleine charge 400 personnes et 15 véhicules.
6 du modèle M_2 pouvant transporter à pleine charge 100 personnes et 30 véhicules.
Un organisme désirant acheminer 1 600 personnes et 120 véhicules se propose de déterminer le nombre x de bateaux du modèle M_1 et le nombre y de bateaux du modèle M_2, pour réaliser ce transport avec le moins de bateaux possible.
1° Déterminer un système d'inéquations traduisant les contraintes du problème.
Dans un repère orthonormal, représenter tous les points $M(x\,;\,y)$ dont les coordonnées vérifient le système précédent.
2° Le nombre total de bateaux utilisés est n avec $x + y = n$.
Trouver tous les points de la zone d'acceptabilité tels que $n = 8$.
3° Soit p le point d'intersection des droites $\mathcal{D}_1$ d'équation $4x + y = 16$ et $\mathcal{D}_2$ d'équation $x + 2y = 8$. Déterminer ses coordonnées. Donner le nombre de bateaux utilisés.

33 Un riche propriétaire rédige ainsi son testament :
« Ma fortune sera partagée entre mes trois filles ; l'aînée aura le quart de la somme attribuée à la benjamine. Quant à la cadette, elle aura 25 000 € de plus que l'aînée. »
La fortune totale du propriétaire est 1 450 000 €.
a) Vérifier que le problème se traduit par le système suivant, en précisant la signification de x, y, z.

$$\begin{cases} x + y + z = 1\,450\,000 \\ x - 4z = 0 \\ y - z = 25\,000 \end{cases}$$

b) Résoudre ce système et donner la part de chaque fille.

34 Si l'on pèse trois sacs de blé deux par deux, on obtient respectivement 60 kg, 65 kg et 75 kg.
a) On considère les sacs dans l'ordre croissant de poids. Quels sont ceux qui mis ensemble pèsent 60 kg ?
Quels sont ceux qui mis ensemble pèsent 75 kg ?
b) Montrer que ce problème se traduit par un système de trois équations à trois inconnues.
c) Quelle est la masse de chacun de ces trois sacs de blé ?

35 Julie réussit à un concours avec une moyenne de 12.
Elle a passé trois épreuves : Français (coefficient 4), Mathématiques (coefficient 3) et Culture générale (coefficient 2). Sans tenir compte des coefficients, la somme de ses trois notes est 37, et elle a eu 8 points de plus à l'épreuve de Culture générale qu'à celle de Mathématiques.
Calculer les trois notes obtenues par Julie.

36 Un fleuriste fabrique trois types de bouquet :
- le « Rosier », constitué de 10 roses blanches, 10 roses rouges et 4 lys, est vendu 23 € ;
- le « Neige », constitué de 8 roses blanches, 10 lys et 5 œillets blancs, est vendu 19 € ;
- le « Sang », constitué de 10 roses rouges et 10 œillets rouges, est vendu 15 €.

La recette en fin de journée est de 940 €.
Le fleuriste se souvient avoir utilisé pour ses compositions 320 roses blanches et 205 œillets.
a) Calculer le nombre de bouquets de chaque type vendus dans la journée.
b) Calculer le nombre de fleurs de chaque type utilisé pour fabriquer la totalité des bouquets vendus.