Première ES 1 - Année Scolaire 2009 - 2010
Chapitre n°4 : Suites arithmétiques et géométriques ; Page 114 - 141

Contenu :
Etre capable définir une suite arithmétique, une suite géométrique ; utiliser la définition par le mode récurrent et le mode explicite.
Etre capable de calculer les termes successifs d'une suite connaissant le premier terme et la raison.
Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique.

Progression :
Leçon : Suites arithmétiques ; exemples , suites arithmétiques , somme des termes d'une suite arithmétique , suites géométriques , somme des termes d'une suite géométrique.
T.D. n°3 & n°4 page 127.
T.P. n°3 & n°4 page 60-61.

Les exercices d'entraînement :
Suites arithmétiques ;
Ex n°32 & 33 page 133 ; ex n°48 & 50 page 134 ;
Suites géométriques ;
Ex n°57 & 58 & 59 page 135 ; ex n°70 & 71 page 136 ;

Exemples de situations conduisant à des suites ;
Ex n°77 & 78 & 79 page 136 ; ex n°116 page 141 ;

Devoir maison :
Etude d'une population de poissons, voir sujet au recto :

A={1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ...}
B={5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25 ; ...}
C={-1 ; -3 ; -5 ; -7 ; -9 ; ...}
D={2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 ; ...}
$E=\left\{1 ; -\frac{1}{2} ; \frac{1}{4} ; -\frac{1}{8} ; \frac{1}{16} ; ...\right\}$
F={1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; ...}

G={ 4 ; 7 ; 10 ; ...}
H={ 20 ; 16 ; 12 ; ...}
I={ 3 ; 6 ; 12; ...}
J={81 ; -27 ; 9 ; ...}
K={400 ; 300 ; 225 ; ...}
L={15 ; 50 ; 85 ; ...}

Suites arithmétiques

32 Dans une ville, le nombre de nouveaux malades le jour du pic d'une épidémie est 2 200. Ensuite, le nombre de nouveaux cas diminue de 300 cas par jour.
Le nombre de nouveaux cas quotidiens peut être décrit par une suite arithmétique.
Préciser son premier terme et sa raison.

33 u est la suite arithmétique de raison 2 telle que $u_0 = 5$.
a) Calculer u_{10}.
b) Exprimer u_n en fonction de n.

48 $S = 10 + 20 + 30 + \dots + 170 + 180$.
a) S est la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique ; quelle est sa raison ?
b) Calculer S.

Reconnaître S comme somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique, puis calculer S.

49 $S = \frac{5}{2} + 2 + \frac{3}{2} + 1 + \dots - 7 - \frac{15}{2}$.

50 $S = 314 + 301 + 288 + \dots + 145 + 132$.

Suites géométriques

57 En moyenne depuis 2000, la vitesse de connexion à Internet double chaque année.
Elle était de 56 kbits/seconde en 2000.
a) Modéliser cette situation à l'aide d'une suite.
b) Que peut-on dire de cette suite ?

58 u est la suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ telle que $u_0 = 36$.
Calculer u_1, u_2 et u_3.

Reconnaître S comme somme de termes consécutifs d'une suite géométrique, puis calculer S.

71 $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{2187} + \frac{1}{6561}$

72 $S = 5 + 5 \times \frac{2}{3} + \dots + 5 \times \frac{64}{729} + 5 \times \frac{128}{2187}$

APPLICATIONS

Exo 1 (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $r = 3$.
Exprimez (u_n) en fonction de n et calculez u_{50}.

$u_n =$ . . . . donc $u_{50} =$ . . . .

Exo 2 (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $r = -5$.
Exprimez (u_n) en fonction de n et calculez u_{100}.

. . . .

Exo 3 (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = \frac{1}{2}$ et de raison $r = \frac{3}{2}$.
Exprimez u_n en fonction de n et calculez u_{1000}.

. . . .

Exo 4 (u_n) est une suite arithmétique de raison 9, calculez u_{50} sachant que $u_{19} = 8$.
On applique la formule [2] avec $n =$ . . . . . , $p =$ . . . . . et $r =$ . . . . . .

On obtient $u_{50} =$ . . . . . .

Exo 12 Placez les cinq premiers points de la représentation graphique de la suite arithmétique de raison $r = 0{,}15$ et de premier terme 0,5 (choisissez une unité adaptée sur l'axe des ordonnées).
La suite est-elle croissante ? décroissante ?

. . . .

. . . .

Exo 13 Placez les cinq premiers points de la représentation graphique de la suite arithmétique de raison $r = -\frac{3}{4}$ et de premier terme 3.
La suite est-elle croissante ? décroissante ?

. . . .

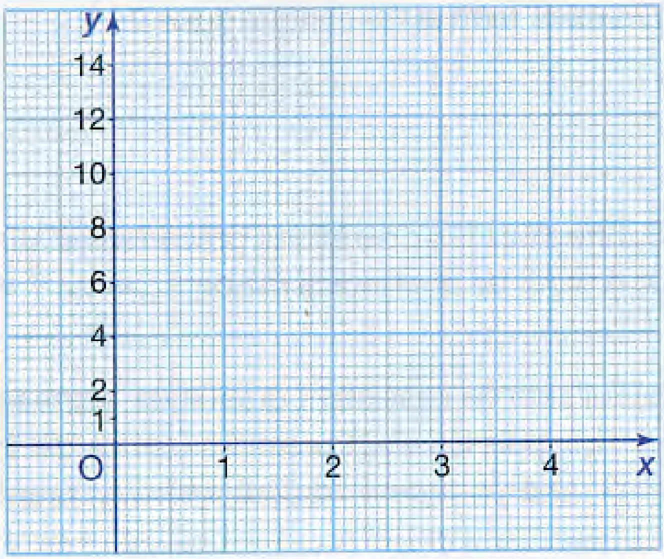
. . . .

Représentation graphique

15 (u_n) est une suite telle que $u_0 = 1$; $u_1 = 3$; $u_2 = 5$; $u_3 = 8$; $u_4 = 11$.

Construisez la représentation graphique de ces cinq termes et indiquez si (u_n) est arithmétique ou non.

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .



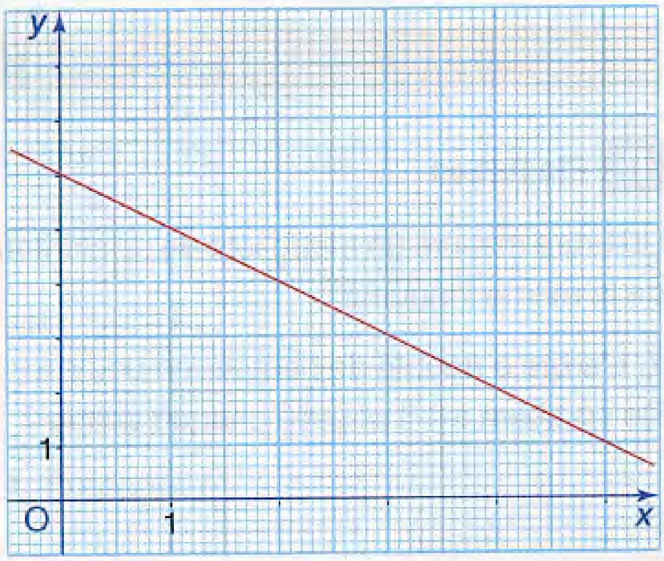
★ **16** Le graphique ci-dessous donne la droite sur laquelle sont situés les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique (u_n) de premier terme u_0 et de raison r.

Placez les points correspondants aux cinq premiers termes.
Donnez une valeur approchée de u_0 et de r.

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

u_0 ≈ . . . .

r ≈ . . . .



APPLICATIONS

Exo 1 (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 3$.
Exprimez (u_n) en fonction de n et calculez u_{10}.
$u_n =$ . . . . donc $u_{10} =$ . . . .

Exo 2 (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $q = \frac{1}{4}$.
Exprimez (u_n) en fonction de n et calculez u_5.

. . . .

Exo 3 (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = \frac{1}{4}$ et de raison $q = \frac{4}{3}$.
Exprimez u_n en fonction de n et calculez u_6.

. . . .

Exo 4 (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{2}$; calculez u_7 sachant que $u_4 = \frac{8}{9}$.
On applique la formule [2] avec :
$n =$ . . . . , $p =$ . . . . et $q =$ . . . .

On obtient $u_7 =$ . . . .

APPLICATIONS

Exo 11 Placez les cinq premiers points de la représentation graphique de la suite géométrique (u_n), de raison $q = 2$ et de premier terme $u_0 = \frac{1}{4}$ en choisissant un repère adapté.
La suite est-elle croissante ? décroissante ?

. . . .
. . . .
. . . .

Exo 12 Placez les cinq premiers points de la représentation graphique de la suite géométrique de raison $q = 0{,}8$ et de premier terme $u_0 = 50$ en choisissant un repère adapté.
La suite est-elle croissante ? décroissante ?

. . . .
. . . .
. . . .

PLACEMENT « AVEC INTÉRÊTS SIMPLES » : SUITE ARITHMÉTIQUE

On place un capital $C_0 = 5\,000$ F à 6 % par an avec intérêts simples. Cela signifie que, chaque année, on reçoit le même intérêt : $C_0 \times \frac{6}{100}$. On note C_n le capital disponible (ou « valeur acquise ») au bout de n années.

1. Calculer C_1, C_2, C_3.

2. a) Donner pour tout entier n l'expression de C_{n+1} en fonction de C_n.

b) En déduire que les nombres C_0, C_1, C_2, …, C_n sont des termes successifs d'une suite arithmétique de premier terme C_0 dont on précisera la raison.

c) Donner l'expression de C_n en fonction de n.

d) Calculer C_{16} et C_{17}.

3. Au bout de combien d'années le capital initial aura-t-il doublé ?

> Plus généralement, pour un intérêt simple de x %, on note $i = \frac{x}{100}$; les capitaux disponibles successifs C_0, C_1, …, C_n sont alors des termes successifs d'une suite arithmétique de raison iC_0. (i est l'intérêt servi pour un capital de 1 F).
> Ce type de placement est notamment celui des emprunts d'État. (Les taux de ce type de placements sont en général plus élevés que ceux des placements à intérêts composés, ce qui ne veut pas dire qu'à moyen terme ils soient plus rémunérateurs…) Dans ce cas, soit l'épargnant touche l'intérêt chaque année (comme dans les placements appelés « obligations »), soit l'intérêt est bloqué jusqu'à la fin du contrat.

PLACEMENT « AVEC INTÉRÊTS COMPOSÉS » : SUITE GÉOMÉTRIQUE

Dans ce qui suit, on donnera éventuellement des valeurs approchées au centime près des résultats.

On place un capital $C_0 = 5\,000$ F à 4,75 % par an avec « intérêts composés » sur un livret d'épargne. « Intérêts composés » signifie que les intérêts d'une année s'ajoutent au capital et que, l'année suivante, ils rapportent eux aussi des intérêts. On note C_n le capital obtenu (ou « valeur acquise ») au bout de n années.

1. Calculer C_1, C_2, C_3.

2. a) Démontrer que, pour tout entier n,
$C_{n+1} = 1{,}0475\, C_n$.

b) En déduire que les nombres C_0, C_1, C_2, …, C_n sont des termes successifs d'une suite géométrique de premier terme C_0 dont on précisera la raison.

c) Donner l'expression de C_n en fonction de n.

d) Donner une valeur approchée de C_{14} et C_{15}.

3. Au bout de combien d'années le capital initial aura-t-il doublé ?

> Plus généralement, pour un placement avec intérêts composés de x %, on note $i = \frac{x}{100}$; les capitaux disponibles successifs C_0, C_1, …, C_n sont alors des termes successifs d'une suite géométrique de raison $(1 + i)$.
> Ce type de placement est notamment celui des « livrets A » de la Poste et de l'Écureuil, des « LEP » (livrets d'épargne populaire), des « livrets jeunes », des « PEP » (plans d'épargne populaire), des « PEL » (plans d'épargne-logement)… Les taux d'intérêts de ces placements sont modifiés périodiquement par l'État pour tenir compte de l'évolution des taux d'intérêts des prêts entre banques.

3 Anticiper le prix d'un produit

Dans un pays européen, l'inflation se situe chaque année entre 0,5 % et 2,5 %.
Afin de suivre cette inflation, une grande marque de chocolat augmente légèrement ses prix d'une année sur l'autre.

1. Observations

année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
rang de l'année : n	0	1						
prix du chocolat : S_n (en euros)	2	2,02	2,06	2,07	2,08	2,10	2,13	2,14
$S_n - S_{n-1}$		0,02						

a) Recopier et compléter ce tableau.

b) Calculer la moyenne arithmétique r des différences $S_n - S_{n-1}$ (pour $1 \leqslant n \leqslant 7$).

2. Modélisation

u est la suite arithmétique de raison 0,02 telle que $u_0 = 2$.

a) Exprimer u_n en fonction de n.

b) Dans un repère orthogonal (*unités* : 1 cm en abscisses et 5 cm en ordonnées), représenter les termes S_n et u_n pour $0 \leqslant n \leqslant 7$.

c) On suppose que l'évolution du prix du chocolat est modélisée par la suite u. Estimer le prix de ce chocolat en 2010.

4 Anticiper la propagation d'un virus

On étudie l'évolution du nombre de personnes atteintes par un virus dans une région du Monde.

1. Observations

année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
rang de l'année : n	0	1	2				
nombre de personnes atteintes : P_n	35 000	36 400	38 038	39 940	41 618	43 075	44 798
arrondi de P_n/P_{n-1} au millième		1,040					

a) Recopier et compléter ce tableau.

b) Calculer la moyenne arithmétique q des quotients P_n/P_{n-1} (pour $1 \leqslant n \leqslant 6$). Donner l'arrondi au millième.

2. Modélisation

v est la suite géométrique de raison 1,042 telle que $v_0 = 35\,000$.

a) Exprimer v_n en fonction de n.

b) Dans un repère orthogonal (*unités* : 1 cm en abscisses et 1 cm pour 1 000 en ordonnées), représenter les termes P_n et v_n pour $0 \leqslant n \leqslant 6$.

c) On suppose que l'évolution du virus est modélisée par la suite v.
Estimer le nombre de personnes susceptibles d'être atteintes en 2010.