Première ES 1 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°7 : Polynômes du second degré - page 166 - 187
Devoir en classe n°3

EXERCICE N°1 : Coût et chiffre d'affaires

Une unité de production est sous-traitante pour une grande marque de jouets.
Elle fabrique des poupées et vend toute sa production.

Le coût total de fabrication C de x milliers de poupées est donné par l'expression de la fonction $C(x) = 0{,}05x^2+x+80$ pour x appartenant à [0 ; 100] et C(x) est donné en milliers d'euros ;

On note (C) la courbe représentative de cette fonction dans le repère orthogonal ci-dessous .

❶ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction C ;

❷ – Résoudre l'équation $C(x)=480$;
En donner une interpétation concrète.

Le chiffre d'affaires R obtenu par la vente de x milliers de poupées produites est tel que ;
$R(60) = 360$: c'est à dire que 60 milliers de poupées apportent 360 k€ de recette.

❸ – Sachant que le chiffre d'affaires R est une fonction linéaire de la quantité q, déterminer l'expression de cette fonction linéaire ;

❹ – Dans le même repère orthogonal, représenter la fonction R ; placer tous les points mis en valeur au cours des questions précédentes.

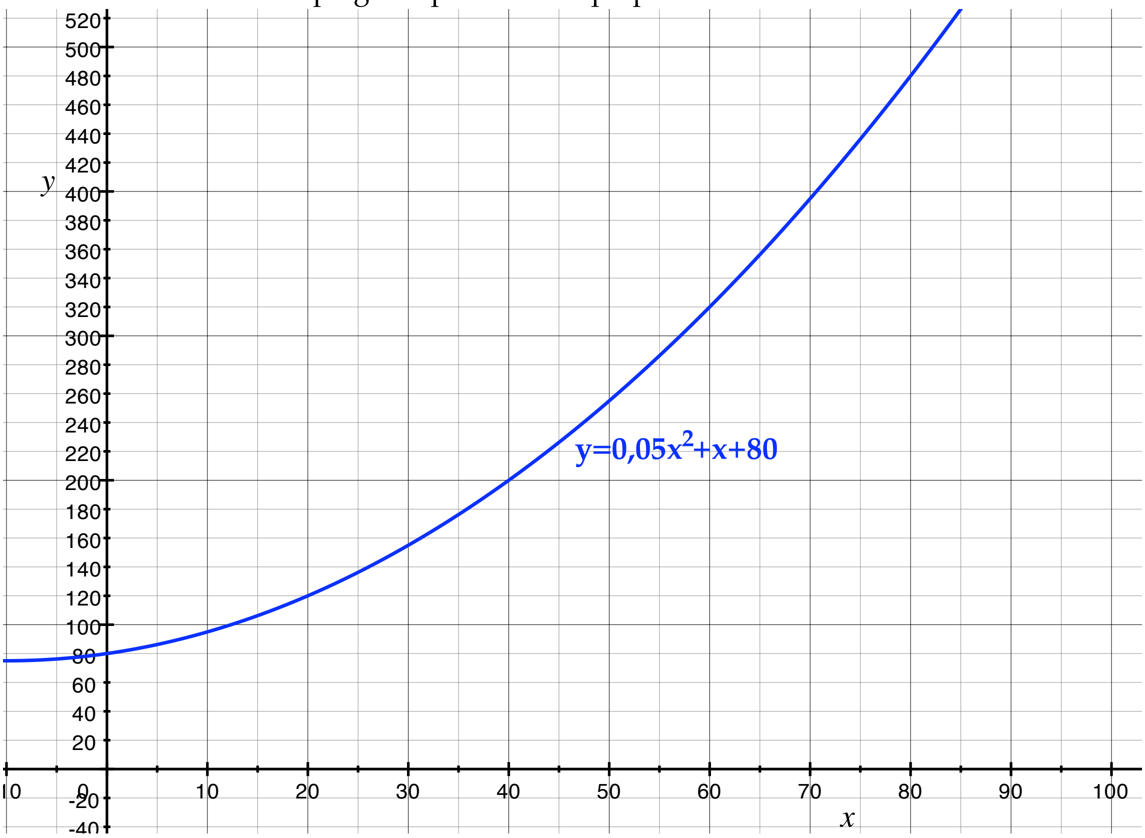
On considère la fonction B qui a pour expression de la fonction
$B(x) = -0{,}05x^2+5x-80$ pour x appartenant à [0 ; 100] ;

❺ – Etablir que ***la fonction B est la fonction bénéfice*** de cette usine pour la production (et vente) de x milliers de poupées ;

❻ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction B;
En déduire le nombre de poupées à produire pour que le bénéfice soit maximal.
Donner la valeur de ce bénéfice maximal.

❼ – Déterminer la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice (c'est à dire positif ou nul).

❽ – Dans le même repère orthogonal, représenter la fonction B ; placer tous les points mis en valeur au cours des questions précédentes.
Mettre en couleur la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice.



<u>RAPPEL</u> :

Soit le polynôme $p(x) = ax^2+bx+c = a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$

Mis sous forme canonique le polynôme s'écrit : $= a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = p(\alpha)$

On appelle Δ le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta \geq 0$, alors le polynôme $p(x)$ est factorisable et $p(x) = ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

avec $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

<u>EXERCICE 2</u> : Polynôme du second degré et discriminant : :

❶ Réaliser le tableau de signe du polynôme : $p(x) = -4x^2 + 6x - 3$

Résoudre l'équation : $-4x^2 + 6x - 3 \geq 0$

<u>EXERCICE N°3 :</u> Calcul algébrique :

❶ – Résoudre ;

$$x - \frac{5 - 2x}{3} = 1 - \frac{x - 2}{2}$$

❷ – Les phrases sont-elles vraies ou fausses ;

Tout nombre est solution de :

$5x - 3 = 2x - 3(4-x) + 9$

L'équation n'a pas de solution :

$3x + 6(8-x) = 12\ (4-5x)$

Première ES 1 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°7 : Polynômes du second degré - page 166 - 187
Devoir en classe n°3

EXERCICE N°1 : Coût et chiffre d'affaires

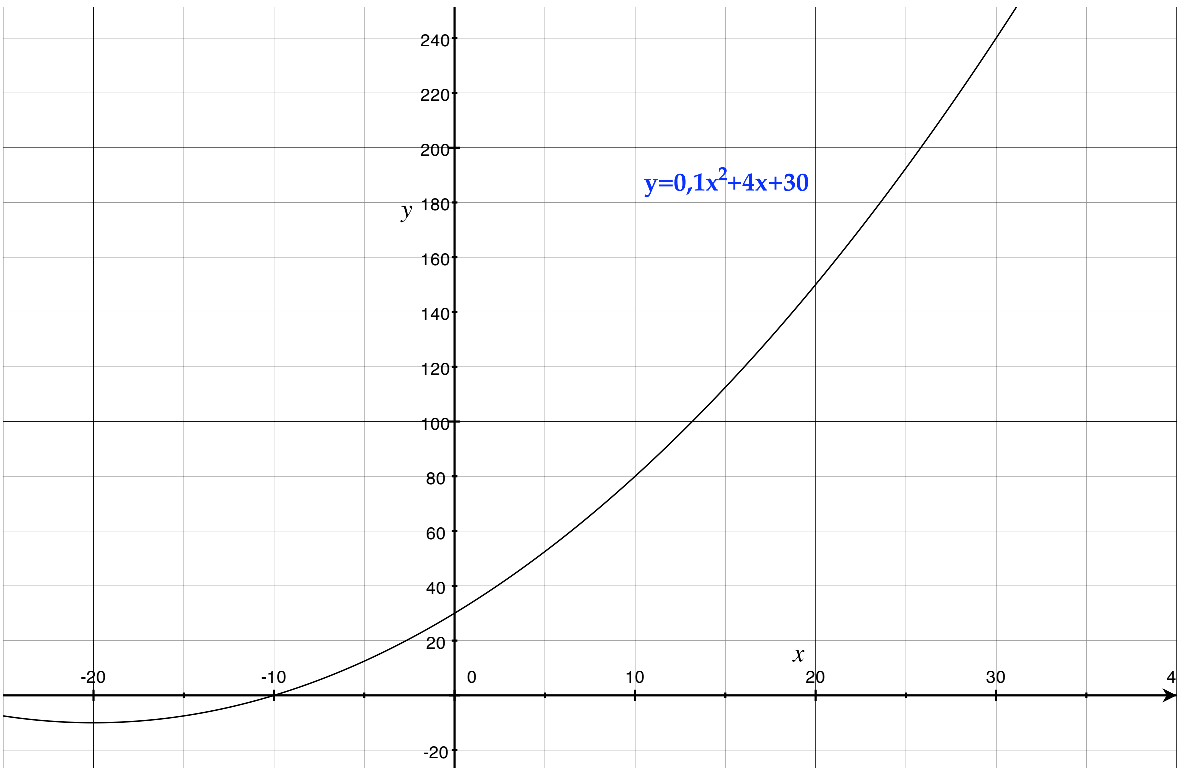
Une unité de production est sous-traitante pour une grande marque de jouets.
Elle fabrique des poupées et vend toute sa production.

Le coût total de fabrication C de x milliers de poupées est donné par l'expression de la fonction $C(x) = 0,1x^2+4x+30$ pour x appartenant à [0 ; 40] et C(x) est donné en milliers d'euros ;
On note (C) la courbe représentative de cette fonction dans le repère orthogonal ci-dessous .

❶ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction C ;
❷ – Résoudre l'équation $C(x)=150$;
En donner une interpétation concrète.

Le chiffre d'affaires R obtenu par la vente de x milliers de poupées produites est tel que ;
$R(20) = 160$: c'est à dire que 20 milliers de poupées apportent 160 k€ de recette.
❸ – Sachant que le chiffre d'affaires R est une fonction linéaire de la quantité q, déterminer l'expression de cette fonction linéaire ;
❹ – Dans le même repère orthogonal, représenter la fonction R ; placer tous les points mis en valeur au cours des questions précédentes.

On considère la fonction B qui a pour expression de la fonction
$B(x) = -0,1x^2+4x-30$ pour x appartenant à [0 ; 40] ;
❺ – Etablir que ***la fonction B est la fonction bénéfice*** de cette usine pour la production (et vente) de x milliers de poupées ;
❻ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction B;
En déduire le nombre de poupées à produire pour que le bénéfice soit maximal.
Donner la valeur de ce bénéfice maximal.
❼ – Déterminer la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice (c'est à dire positif ou nul).
❽ – Dans le même repère orthogonal, représenter la fonction B ; placer tous les points mis en valeur au cours des questions précédentes.
Mettre en couleur la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice.



Première ES 1 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°7 : Polynômes du second degré - page 166 - 187
Devoir en classe n°3

<u>RAPPEL</u> :

Soit le polynôme $p(x) = ax^2+bx+c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}$

Mis sous forme canonique le polynôme s'écrit : $= a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = p(\alpha)$

On appelle Δ le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta \geq 0$, alors le polynôme $p(x)$ est factorisable et $p(x) = ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

avec $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

<u>EXERCICE 2</u> : Polynôme du second degré et discriminant : :

❶ Réaliser le tableau de signe du polynôme : $p(x) = 6x^2 - 3x + 4$

Résoudre l'équation : $6x^2 - 3x + 4 \leq 0$

<u>EXERCICE N°3 :</u> Calcul algébrique :

❶ – Résoudre ;

$$x - \frac{2 - 3x}{3} = 5 - \frac{x - 1}{2}$$

❷ – Les phrases sont-elles vraies ou fausses ;

Tout nombre est solution de :

$7x - 4 = 4x - 3(4-x) + 8$

L'équation n'a pas de solution :

$2x + 5(12-x) = 15(4-2x)$

Première ES 1 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°7 : Polynômes du second degré - page 166 - 187
Devoir en classe n°3

EXERCICE N°1 : Coût et chiffre d'affaires

❶ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de variations de la fonction C ;

$$C(x) = 0{,}05x^2 + x + 80 = \frac{1}{20}\left(x^2 + 20x + 1600\right) =$$

$$C(x) = \frac{1}{20}\left(x^2 + 20x + 100 - 100 + 1600\right) =$$

$$C(x) = \frac{1}{20}\left[\left(x^2 + 20x + 100) + 1500\right)\right] =$$

$$C(x) = \frac{1}{20}\left[\left(x + 10)^2 + 1500\right)\right] = \frac{1}{20}(x + 10)^2 + 75$$

Le polynôme C(x) admet pour courbe représentative une parabole de sommet (-10 , 75) concavité tournée vers les y positifs

La fonction C est croissante sur [-10 , 100]

❷ – Résoudre l'équation C(x)=480 ;

En donner une interpétation concrète.

$$C(x) = \frac{1}{20}(x + 10)^2 + 75 = 480 \; ; \; (x + 10)^2 - 8100 = 0 = (x + 100)(x - 80)$$

Les solutions sont : x = 80 et x = -100 ;

480 € est le coût de fabrication de 80 000 de poupées.

R(x) = 6 x

❸ – Déterminer l'expression de cette fonction linéaire ; *R(q)=aq donc R(60)=360=a60 ; donc a=360/60= 6 ; donc R(q)=6q*

$$B(x) = R(x) - C(x) = 6x - (0{,}05x^2 + x + 80) = -0{,}05x^2 + 5x - 80$$

$$B(x) = -\frac{1}{20}\left(x^2 - 100x + 1600\right) = \frac{1}{20}\left[\left(x - 50)^2 - 900\right)\right] = (x - 50 - 30)(x - 50 + 30)$$

$$B(x) = -\frac{1}{20}(x - 50)^2 + 45 =$$

Le polynôme B(x) admet pour courbe représentative une parabole de sommet (50 , 45) concavité tournée vers les y négatifs

La fonction B est croissante sur [0 , 50] et décroissante sur [50 , 100]

$$B(x) = -\frac{1}{20}(x - 50)^2 + 45 = 0 = (x - 80)(x - 20) = -0{,}05x^2 + 5x - 80$$

Les solutions sont : x = 80 et x = 20 ;

Le signe du polynôme $B(x) = -0{,}05x^2 + 5x - 80$ est du signe de -0,05 à l'extérieur des racines ;

Donc , $B(x) \geq 0$: S= [20 , 100]

EXERCICE 2 : Polynôme du second degré et discriminant : :

❶ Réaliser le tableau de signe du polynôme :

$p(x) = 6x^2 - 3x + 4$; a=6,b=-3,c=4 ; donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4*6*4 = 9 - 96 = -87$

puisque $\Delta \leq 0$ le polynôme n'est pas factorisable ;

Le polynôme est du signe de a ; ici a=6 donc le polynôme est positif pour tout x réel.

Résoudre l'équation : $6x^2 - 3x + 4 \leq 0$; *cette inéquation n'a pas de solution*

EXERCICE N°3 : Calcul algébrique :

❶ – Résoudre ;

$$x - \frac{2 - 3x}{3} = 5 - \frac{x - 1}{2} \Leftrightarrow \frac{3x - 2 + 3x}{3} = \frac{10 - x + 1}{2} \Leftrightarrow 2(6x - 2) = 3(11 - x) \Leftrightarrow 12x - 4 = 33 - 3x \Leftrightarrow 15x = 29 \; ; \; S = \{29/15\}$$

❷ – Les phrases sont-elles vraies ou fausses ;

Tout nombre est solution de :

$7x - 4 = 4x - 3(4 - x) + 8 \Leftrightarrow 7x - 4 = 4x - 12 + 3x + 8 \Leftrightarrow 7x - 4 = 7x - 4 \Leftrightarrow 0x = 0$; $S =]-\infty ; +\infty[$ *Affirmation vraie*

L'équation n'a pas de solution :

$2x + 5(12 - x) = 15(4 - 2x) \Leftrightarrow 2x + 60 - 5x = 60 - 30x \Leftrightarrow 60 - 60 = 5x - 2x - 30x \Leftrightarrow 0 = -27x$; $S = \{0\}$ *Affirmation fausse*

Première ES 1 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°7 : Polynômes du second degré - page 166 - 187
Devoir en classe n°3

EXERCICE N°1 : Coût et chiffre d'affaires

❶ – Mettre le polynôme sous forme canonique , en déduire les coordonnées du sommet de la parabole et le tableau de va- riations de la fonction C ;

$$C(x) = 0{,}1x^2 + 4x + 30 = \frac{1}{10}\left(x^2 + 40x + 300\right) =$$

$$C(x) = \frac{1}{10}\left(x^2 + 40x + 400 - 400 + 300\right) =$$

$$C(x) = \frac{1}{10}\left[\left(x^2 + 40x + 400) - 100\right)\right] =$$

$$C(x) = \frac{1}{10}\left[\left((x+20)^2 - 100\right)\right] = \frac{1}{10}(x+20)^2 - 10$$

Le polynôme C(x) admet pour courbe représentative une

parabole de sommet (-20 , -10) concavité tournée vers les y positifs

La fonction C est croissante sur [-20 , 40]

❷ – Résoudre l'équation C(x)=150 ;

En donner une interprétation concrète.

$$C(x) = \frac{1}{10}(x+20)^2 - 10 = 150 \Leftrightarrow (x+20)^2 - 1600 = 0 = (x+60)(x-20)$$

Les solutions sont : x = 20 et x = -60 ;

150 € est le coût de fabrication de 20 000 de poupées.

R(x) = 8 x

❸ – Déterminer l'expression de cette fonction linéaire ; *R(q)=aq donc R(20)=160=a20 ; donc a=160-/20= 8 ; donc R(q)=8q*

$$B(x) = R(x) - C(x) = 8x - (0{,}1x^2 + 4x + 30) = -0{,}1x^2 + 4x - 30$$

$$B(x) = -\frac{1}{10}\left(x^2 - 40x + 300\right) = -\frac{1}{10}\left[\left((x-20)^2 - 100\right)\right] = -\frac{1}{10}(x - 20 - 10)(x - 20 + 10)$$

$$B(x) = -\frac{1}{10}(x-20)^2 + 10 =$$

Le polynôme B(x) admet pour courbe représentative une

parabole de sommet (20 , 10) concavité tournée vers les y négatifs

La fonction B est croissante sur [0 , 20] et décroissante sur [20 , 40]

$$B(x) = -\frac{1}{10}(x-20)^2 + 10 = 0 = (x-30)(x-10) = -0{,}1x^2 + 4x - 30$$

Les solutions sont : x = 30 et x = 10 ;

Le signe du polynôme $B(x) = -0{,}1x^2 + 4x - 30$ est du signe de a = -0,1 à l'extérieur des racines ;

Donc , $B(x) \geq 0$ à l'intérieur des racines : S= [10 , 30]

EXERCICE 2 : Polynôme du second degré et discriminant : :

❶ Réaliser le tableau de signe du polynôme :

$p(x) = -4x^2 + 6x - 3$; a=-4,b=6,c=-3 ; donc $\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4*(-4)*(-3) = 36-48 = -12$

puisque $\Delta \leq 0$ le polynôme n'est pas factorisable ;

Le polynôme est du signe de a ; ici a=-4 donc le polynôme est négatif pour tout x réel.

Résoudre l'équation : $-4x^2 + 6x - 3 \geq 0$; ***cette inéquation n'a pas de solution***

EXERCICE N°3 : Calcul algébrique :

❶ – Résoudre ;

$$x - \frac{5-2x}{3} = 1 - \frac{x-2}{2} \Leftrightarrow \frac{3x-5+2x}{3} = \frac{2-x+2}{2} \Leftrightarrow 2(5x-5) = 3(4-x) \Leftrightarrow 15x-10 = 12-3x \Leftrightarrow 18x = 22 \text{ ; } S = \{11/9\}$$

❷ – Les phrases sont-elles vraies ou fausses ;

Tout nombre est solution de :

$5x - 3 = 2x - 3(4-x) + 9 \Leftrightarrow 5x - 3 = 2x - 12 + 3x + 9 \Leftrightarrow 5x - 3 = 5x - 3 \Leftrightarrow 0x = 0$; $S =]-\infty ; +\infty[$ *Affirmation vraie*

L'équation n'a pas de solution :

$3x + 6(8-x) = 12(4-5x) \Leftrightarrow 3x + 48 - 6x = 48 - 60x \Leftrightarrow 48 - 48 = 6x - 3x - 60x \Leftrightarrow 0 = -57x$; $S = \{0\}$ *Affirmation fausse*

Devoir en classe n°3