

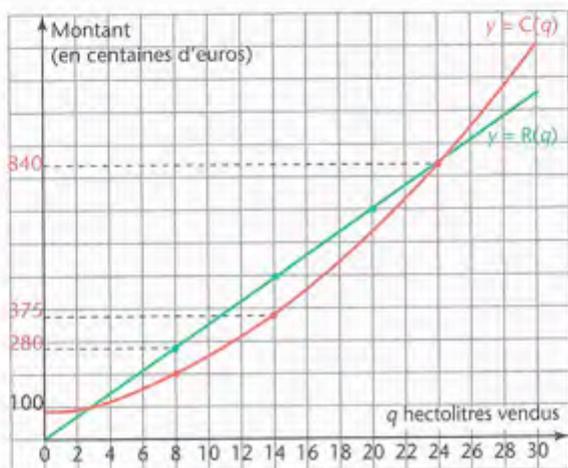
Première ES 1 - Année Scolaire 2009-2010 Chapitre n°7 :  
Polynômes du second degré ; Devoir maison n°2  
pour le Mardi 20 Octobre 2009



**87 Coût et bénéfice**

Le comptable d'une usine chimique estime que, pour fabriquer  $q$  hectolitres d'un certain produit, avec  $q$  compris entre 0 et 30, le coût total en centaines d'euros est donné par la fonction  $C$  représentée ci-dessous. On suppose que toute la production est vendue.

La recette, en centaines d'euros, réalisée par la vente de  $q$  hectolitres de ce produit est donnée par la fonction  $R$  représentée ci-dessous par un segment de droite.

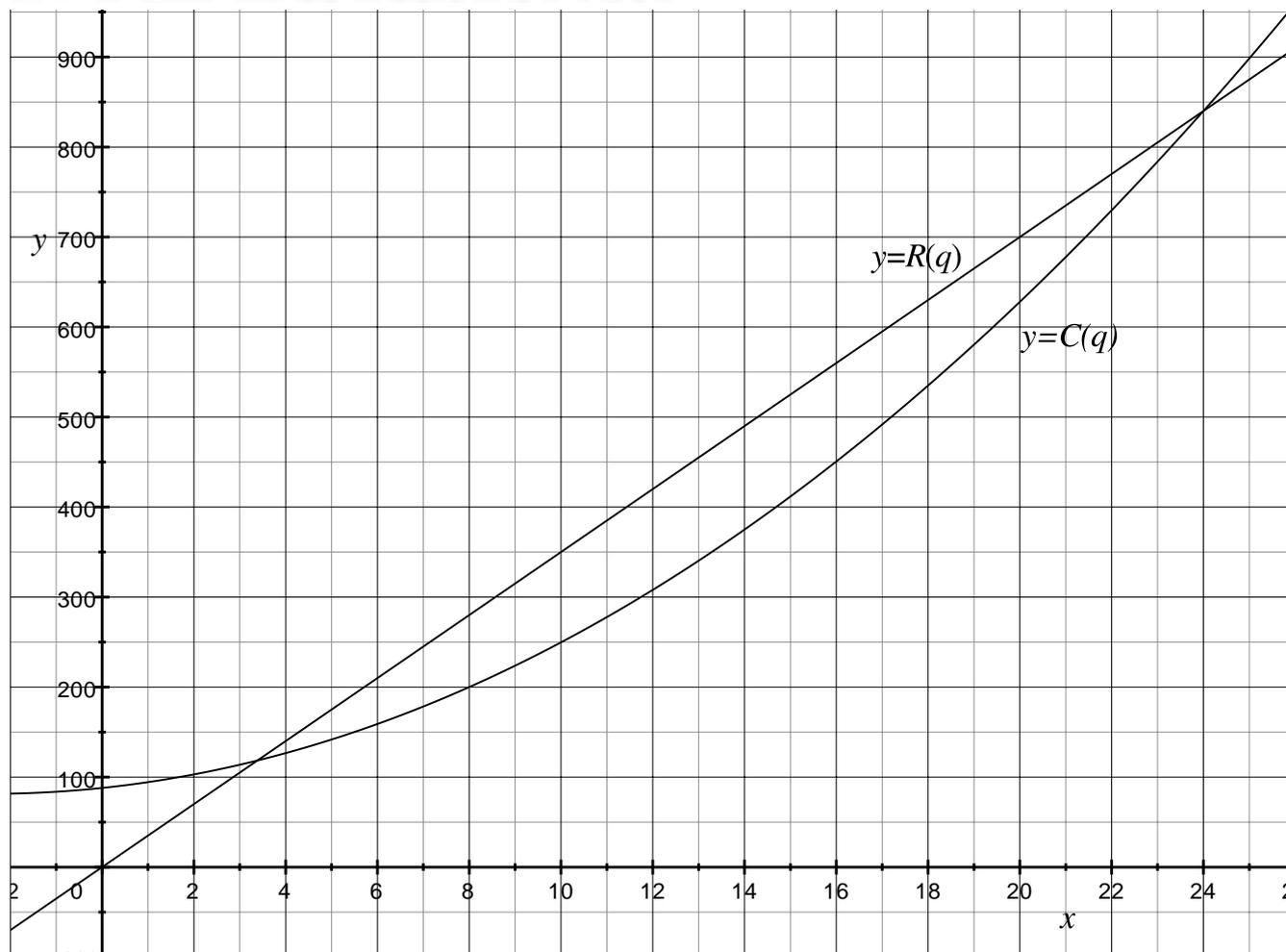


1. Recopier et compléter le tableau suivant à l'aide du graphique :

quantité produite (en hectolitres)	8		
coût total de production (en centaines d'euros)		375	
recette (en centaines d'euros)			840

2. Exprimer  $R(q)$  en fonction de  $q$ .
3. a) Lire sur le graphique les valeurs de  $q$  pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice.  
b) Lire sur le graphique une valeur approchée du bénéfice réalisé par la vente de 18 hL.
4. On donne  $C(q) = \frac{13}{12}q^2 + \frac{16}{3}q + 88$  avec  $q \in [0 ; 30]$ .  
a) Exprimer en fonction de  $q$  le bénéfice algébrique  $B(q)$ , en centaines d'euros.  
b) Retrouver par le calcul les résultats lus sur le graphique à la question 3.

- c) Tracer sur le graphique ci-dessous la courbe représentative de la fonction d'expression  $y=B(q)$ .
- d) Résoudre sur  $[0;30]$  l'équation  $B(q) \geq 0$ , interpréter ce résultat.



**Première ES 1 - Année Scolaire 2009-2010 Chapitre n°7 :  
Polynômes du second degré ; Devoir maison n°2  
pour le Mardi 20 Octobre 2009**

Coût et bénéfice :

1°) Recopier et compléter à l'aide du graphique.

Quantité produite en hectolitres	8	C(14 ; 375) 14	
Coût total de la production en centaines d'euros	A(8 ; 200) 200	375	C(24 ; 840) 840
Recette en centaines d'euros	B(8 ; 275) 275	D(14 ; 490) 490	840

2°) Exprimer R(q) en fonction de q

**Solution :** La représentation graphique de R est une droite, donc R est une fonction linéaire :  $R(q)=aq$ .  
Par lecture graphique des coordonnées de E(24;840),  $840 = R(24) = a24$  ; donc  $a=840/24=35$  ;  $R(q)=35q$

3°) a) Lire sur le graphique les valeurs de q pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice.

**Solution :** E(24;840), F(3,5;120) donc  $S = \{ 3,5 ; 24 \}$

3°) b) Lire sur le graphique une valeur approchée du bénéfice réalisé par la vente de 18 hl..

**Solution :** G(18;540), H(18;630) donc **bénéfice = 630-540=90**

4°) a) Exprimer B(q) le bénéfice algébrique en fonction de q :

4°) b) Retrouver par le calcul les résultats du 3°)

Pour le 3° a) résoudre  $B(q)=0$  4°) d) :

**Solution :** Le polynôme B(q) est positif lorsque f(q) est positif ; le polynôme f est positif à l'intérieur des racines puisque  $a=-13$  ( a est négatif )

Pour le 3° b) Calculer  $B(18)=0$

**Solution :**  $B(q) = 1/12 (-13*18^2 + 356*18 - 1056) \approx 94,8$  centaines d'euros

$$B(q)=R(q)-C(q)=35q-\left(\frac{13}{12}q^2+\frac{16}{3}q+88\right)$$

$$\text{Factorisation du polynôme : } B(q)=\frac{1}{12}(-13q^2+356q-1056)=\frac{1}{12}(q-q_1)(q-q_2)$$

$$B(q)=R(q)-C(q)=\frac{1}{12}(-13q^2-4*16q-88*12+35*12q)$$

$$\text{Factorisation du polynôme : } f(q)=-13q^2+356q-1056 ; a = -13 \quad b = 356 \quad c = -1056$$

$$\Delta=b^2-4ac=356^2-4(-13)(-1056)=71824=268^2$$

$$B(q)=R(q)-C(q)=\frac{1}{12}(-13q^2+356q-1056)$$

$$q_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} ; q_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} ; q_1=\frac{-356-\sqrt{268^2}}{2(-13)}=24 ; q_2=\frac{-356+\sqrt{268^2}}{2(-13)}=\frac{44}{13} \approx 3,38$$

$$B(q)=\frac{1}{12}(q-24)\left(q-\frac{44}{13}\right)$$

