Première ES 1 - Année Scolaire 2009-2010
Chapitre n°8 : Dérivation Page 190 - 217

EXERCICE N°1 :

La fonction *f* a pour expression $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$

1°) Calculer l'expression de la fonction dérivée de f.

Solution : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

2°) Mettre sous forme factorisée le polynôme ayant pour expression : $p(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

Solution : $f'(x) = 3 (x^2 - 4x + 3)$

$p(x) = ax^2 + bx + c$; $a = 1$, $b = -4$, $c = 3$;

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(3) = 16 - 12 = 4$;

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-4)+\sqrt{4}}{2*1} = \dfrac{4+2}{2} = 3$; $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-4)-\sqrt{4}}{2*1} = \dfrac{4-2}{2} = 1$;

Puisque $\Delta > 0$ *donc* $p(x) = ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

donc $p(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$

En déduire le signe de ***p(x)*** puis le tableau de variations de la fonction f :

Solution : Etude du signe du polynôme $p(x) = 3 (x^2 - 4x + 3)$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
signe de (x-3)		*négatif*		*négatif*	0	*positif*	
signe de (x-1)		*négatif*	0	*positif*		*positif*	
signe de (x-3)(x-1)		*positif*	0	*négatif*	0	*positif*	

En déduire le tableau de variations de la fonction f :

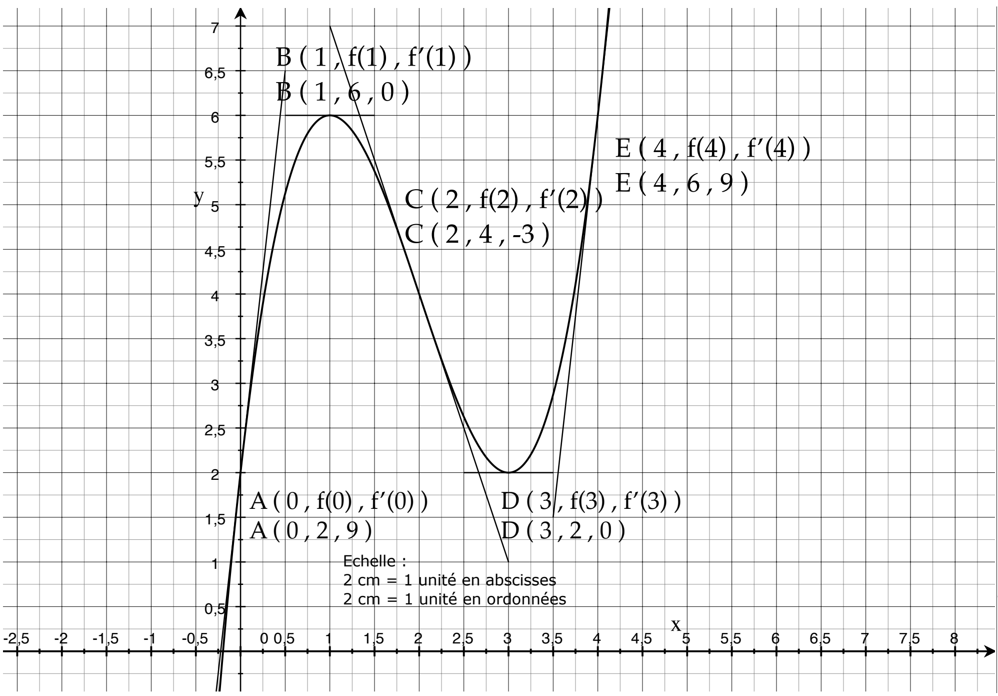
Solution : Etude du tableau de variations de $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
signe de f'(x)		*positif*	0	*négatif*	0	*positif*	
f(x)		$\nearrow$	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	

3°) Etablir le tableau de valeurs suivant.

Points	A	B	C	D	E
x	0	1	2	3	4
f(x)	2	6	4	2	6
f'(x)	9	0	-3	0	9

4°) Dans un repère orthonormal (O , I , J) admettant pour unité 2 cm



placer les 5 points A, B, C, D , E et tracer les tangentes en ces 5 points.

5°) Tracer la courbe représentative de cette fonction sur [0 ; 4].

EXERCICE N°2

La fonction *f* a pour expression

$f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{4}{x}\right)$ *pour* $x\neq 0$

1°) Ensemble de définition : $f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{4}{x}\right)$: $\frac{4}{x}$ *n'est pas définie pour* $x=0$; $E_f = \left]-\infty ; 0\right[\cup \left]0 ; +\infty\right[$

2°) Calculer l'expression de la fonction dérivée de f.

Solution : $f'(x)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{4}{x^2}\right)$ *pour* $x\neq 0$; $f'(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{x^2-4}{x^2}\right)$

3°) Etablir le signe de f'(x) :
Mettre sous forme factorisée le polynôme ayant pour expression : $p(x)=x^2-4=(x+2)(x-2)$.

Puisque $x^2>0$ donc le signe de f'(x) = signe de p(x)

Solution n°1 : En déduire la tableau de signe de p(x)

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
signe de (x-2)		*négatif*		*négatif*	0	*positif*	
signe de (x+2)		*négatif*	0	*positif*		*positif*	
signe de (x+2)(x-2)		*positif*	0	*négatif*	0	*positif*	

Solution n°2 :

4°) Etablir le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
signe de f'(x)		*positif*	0	*négatif*	||	*négatif*	0	*positif*	
f(x)		↗	-2	↘	||	↘	2	↗	

5°) Etablir le tableau de valeurs suivant .

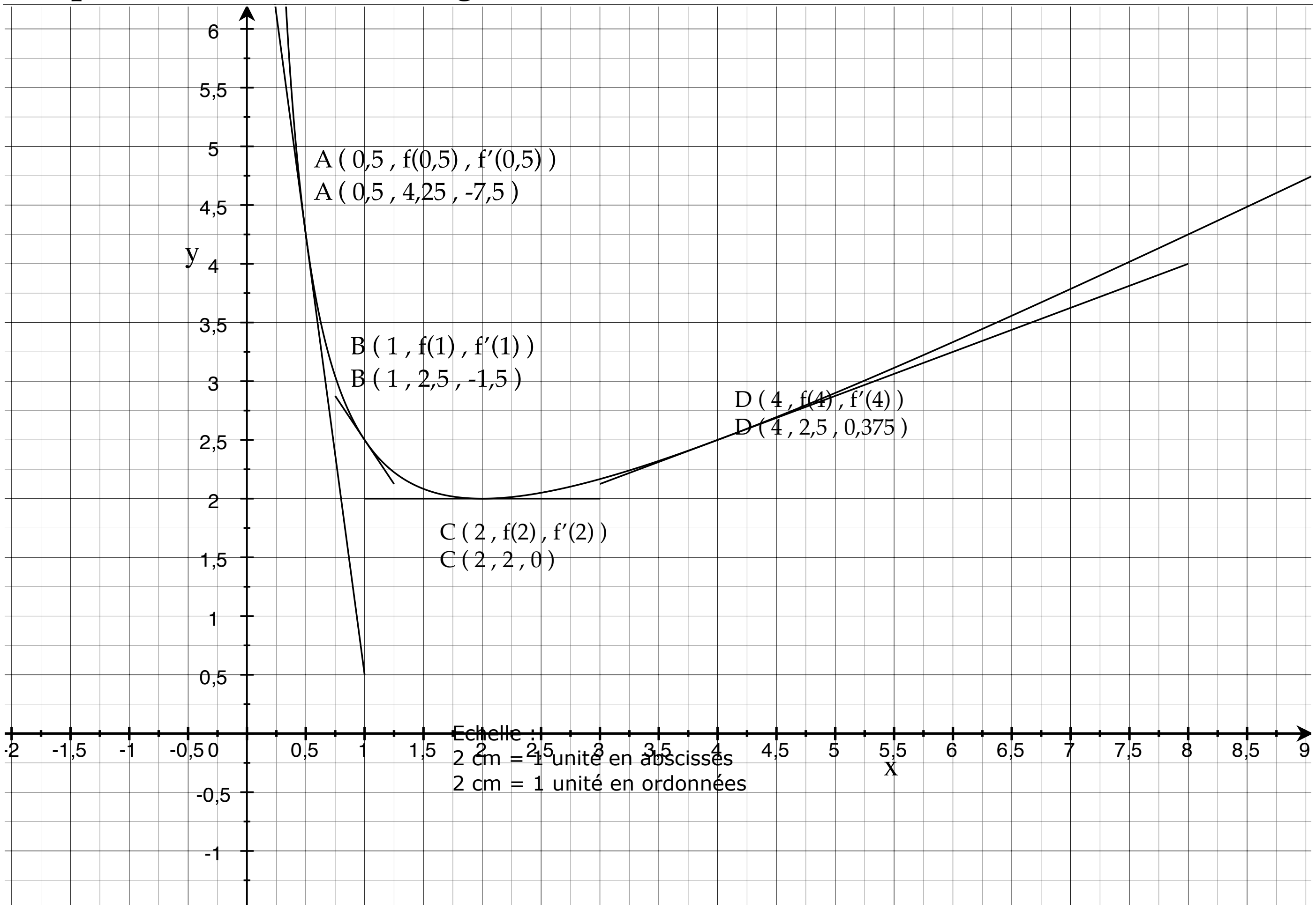
Points	A	B	C	D	
x	0,5	1	2	4	
f(x)	4,25	2,5	2	2,5	
f'(x)	-7,5	-1,5	0	0,375=	
Points	A'	B'	C'	D'	
x	-0,5	-1	-2	-4	
f(x)	-4,25	-2,5	-2	-2,5	
f'(x)	-7,5	-1,5	0	0,375	

6°) Démontrer que la fonction admet un minimum et un maximum :

7°) Calculer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse x_0= 4 :

8°) Dans un repère orthonormal (O , I , J) admettant pour unité 2 cm
placer les 8 points A, B, C, D & A', B', C', D' et tracer les tangentes en ces 8 points.

9°) Tracer la courbe représentative de cette fonction sur [-8 ; 0 [ ] 0 ; 8].


A (0,5 , f(0,5) , f′(0,5))
A (0,5 , 4,25 , -7,5)
B (1 , f(1) , f′(1))
B (1 , 2,5 , -1,5)
C (2 , f(2) , f′(2))
C (2 , 2 , 0)
D (4 , f(4) , f′(4))
D (4 , 2,5 , 0,375)
Echelle :
2 cm = 1 unité en abscisses
2 cm = 1 unité en ordonnées
x
y