

## 5 Bénéfice maximal

Une entreprise fabrique  $x$  portes blindées par jour,  $x$  variant de 0 à 120. On estime que le coût total de fabrication, noté  $C(x)$ , est donné, en euros, par :

$$C(x) = 0,01x^3 - 0,1x^2 + 95x + 1\,500.$$

La recette de l'entreprise obtenue par la vente de  $x$  portes, notée  $R(x)$ , en euros, est donnée par :

$$R(x) = 228x.$$

On suppose que chaque porte fabriquée est vendue.

### 1. Étude de la fonction bénéfice B

- Exprimer  $B(x)$  en fonction de  $x$ .
- Calculer  $B'(x)$  pour tout  $x$  de  $[0 ; 120]$ .
- Étudier le signe de  $B'(x)$  puis dresser le tableau de variation de la fonction  $B$ .
- À l'aide du tableau de variation et d'un tableau de valeurs donné par la calculatrice, donner les arrondis au dixième des solutions de l'équation  $B(x) = 0$ .  
En déduire le nombre de portes vendues pour que la fabrication soit rentable. Justifier votre réponse.
- Pour quel nombre de portes vendues, le bénéfice est-il maximal ? Justifier votre réponse.

### 2. Courbe représentative de la fonction B

- Dans un repère orthogonal, tracer la courbe représentative de la fonction  $B$ .
- Vérifier graphiquement vos réponses aux questions **d)** et **e)** de la partie **1**.

## 6 Gardez vos distances !

Une circulaire officielle définit les distances moyennes de freinage d'une voiture sur une route ayant un bon revêtement, dans des conditions climatiques normales.

De nombreuses expériences ont conduit à adopter la formule  $d(v) = \frac{v^2}{290 - v}$  qui donne la distance de freinage en mètres en fonction de la vitesse  $v$  en km/h.

**1.** Quelle est la distance de freinage, arrondie au mètre, pour une vitesse :

- de 50 km/h ?
- de 100 km/h ?
- de 130 km/h ?

**2.**  $f$  est la fonction définie sur  $[40 ; 130]$  par  $f(x) = \frac{x^2}{290 - x}$ .

**a)** Vérifier que  $f'(x) = \frac{-x(x - 580)}{(290 - x)^2}$ .

**b)** En déduire que  $f$  est croissante sur  $[40 ; 130]$ .

**3.** Dans un repère (*unités graphiques* : 1 cm pour 10 km/h en abscisses et 1 cm pour 10 m en ordonnées), représenter graphiquement la distance de freinage en mètres en fonction de la vitesse en km/h.

**4. a)** Déterminer graphiquement la vitesse à ne pas dépasser pour s'arrêter en freinant sur moins de 50 m.

**b)** Résoudre algébriquement l'inéquation  $d(v) < 50$ . Comparer ce résultat avec le précédent.