BTS BIOCHIMIE 1999

Devoir n°5 ; BTS 2 BIO & AB ; Ellipses page 191
Année scolaire 2002/2003
Le 13 Février 2002

Exercice 1 : (9 points)

Une entreprise fabrique des pots de peinture.
Elle les fait livrer habituellement par lots de 20 pots ou de 100 pots. On se propose d'étudier les variations de la quantité d'un certain produit A contenu dans chaque pot.

Partie A :

On suppose que la production totale de l'entreprise est très importante et que 7,5 % des pots fabriqués contiennent plus de 110 g de substance A. On note X la variable aléatoire qui à tout tirage aléatoire de 20 pots (tirage considéré comme tirage avec remise) associe le nombre de pots contenant plus de 110 g de substance A. On note de même Y la variable associée dans le cas de tirages de 100 pots.

l°) Préciser la loi de X.

2°) Calculer au millième le plus proche la probabilité de l'événement « X = 1 ».

3°) Préciser la loi de Y.

4°) On veut approcher la loi de Y par une loi de Poisson de même espérance mathématique. Préciser le paramètre de cette loi de Poisson.

5°) En supposant que Y suive effectivement la loi de Poisson ainsi définie, donner une approximation au millième le plus proche de la probabilité de l'événement « $Y \leq 6$ ».

Partie B :

On a contrôlé le dosage du produit A à la sortie de deux chaînes de fabrication.
Deux échantillons de 100 pots ont été analysés ; l'un provient de la chaîne n°1, l'autre de la chaîne n°2.
Le tableau suivant donne la répartition de l'échantillon de la chaîne n°1 en fonction de la masse de produit A exprimée en grammes.

BTS Biochimie 1999		
Classes	ci	Effectifs
[100 , 102 [		1
[102 , 104 [		3
[104 , 106 [		25
[106 , 108 [		32
[108 , 110 [		27
[110 , 112 [		6
[112 , 114 [		4
[114 , 116 [		2
Total		

On donne des valeurs approchées de la moyenne m_2 et de l'écart type σ_2 de l'échantillon fabriqué par la chaîne n°2 : $m_2 = 107$ et $\sigma_2 = 2$ (en grammes).

Dans les questions 1 et 2 les valeurs seront arrondies au dixième le plus proche.

1°) En prenant les centres des classes, calculer une approximation de la moyenne m_1 et de l'écart type σ_1 de l'échantillon issu de la chaîne n°1.

2°) En considérant les résultats obtenus dans la première question, donner les estimations ponctuelles :

a) des quantités moyennes μ_1 et μ_2 de produit A pour les productions de ces deux chaînes,
b) des écarts types s_1 et s_2 correspondants.

3°) On se propose de savoir si la différence des moyennes observées dans les deux échantillons est due à des fluctuations d'échantillonnage ou si la chaîne de fabrication n°1 produit des pots contenant davantage de produit A que la chaîne n°2.

On note X_1 la variable aléatoire qui à tout échantillon aléatoire de 100 pots provenant de la chaîne n°1 associe la quantité moyenne de produit A dans cet échantillon.

On note X_2 la variable aléatoire qui à tout échantillon aléatoire de 100 pots provenant de la chaîne n°2 associe la quantité moyenne de produit A dans cet échantillon.

On admettra que :

X_1 suit une loi normale de paramètres μ_1 et $s_1 / 10$;

X_2 suit une loi normale de paramètres μ_2 et $s_2 / 10$;

X_1 et X_2 sont des variables aléatoires indépendantes ;
$D = X_1 - X_2$ suit une loi normale.

On choisit l'hypothèse nulle H_0 : « $\mu_1 = \mu_2$ » contre l'hypothèse alternative H_1 : « $\mu_1 > \mu_2$ ».

a) Calculer la variance de la variable aléatoire D. On appelle σ (D) son écart-type.
Vérifier que $\sigma(D) \approx 0{,}32$.

b) Calculer au centième le plus proche le réel a tel que P (D < a) = 0,99.

c) L' hypothèse nulle H_0 est-elle acceptée ou rejetée (au seuil de 1%) ?

EXERCICE II : (11 POINTS)

Dans cet exercice, les quatre parties peuvent être traitées de façon indépendante. La partie A a pour objet la détermination d'une loi d'évolution à partir de données statistiques. Les parties B et C correspondent à des modélisations données du phénomène étudié. La partie D envisage l'évolution de la population dans un nouveau contexte.

Partie A :

On procède à une réimplantation d'écrevisses. On lâche 100 individus et on relève tous les six mois l'effectif n de la colonie d'écrevisses en fonction du temps écoulé t (exprimé en mois).

On obtient ainsi huit effectifs n_i (i variant de 1 à 8) :

BTS Biochimie 1999								
Temps ti (en mois)	0	6	12	18	24	30	36	42
Effectifs ni	100	160	350	900	2500	7500	22000	64000

1°) On pose y = ln (3n - 200) où ln représente la fonction logarithme népérien.
Calculer les valeurs $y_i = \ln (3n_i - 200)$ pour i variant de 1 à 8 (valeurs décimales arrondies au millième le plus proche). On donnera ces valeurs dans un tableau.

2°) Représenter le nuage de points $M_i (t_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques :3 cm pour 6 mois sur l'axe des abscisses, 1 cm par unité sur l'axe des ordonnées).

3°) Donner une équation de la droite de régression de y en t (les coefficients seront donnés sous forme décimale, au centième le plus proche) et en déduire l'expression de n en fonction de t associée à cet ajustement.

Partie B :

Dans cette partie, on considère que la fonction donnant le nombre d'individus en fonction du temps t (exprimé en mois) est représentée par une solution de l'équation différentielle :
(E) : X'- 0,18 X = -12.

1°) Résoudre l'équation différentielle d'inconnue X : X' - 0,18 X = 0.
2°) Sachant que (E) admet une solution particulière X_0 constante, donner la solution générale de (E).
3°) Déterminer la solution de (E) qui vérifie X (0) = 100.

Partie C :

Soit (O , ,) un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 3 mois sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 4000 unités sur l'axe des ordonnées).
l °) Soit N la fonction définie sur l'intervalle I= [0 ; 42] par :

$$N(t) = \frac{100}{3} e^{0,18\,t} + \frac{200}{3}$$

Etudier le sens de variation de N sur I.

2°) Tracer la courbe représentative de N dans le repère défini ci-dessus. On suppose que cette fonction représente correctement l'évolution du nombre d'écrevisses.

Partie D :

A partir de t = 42, on décide d'autoriser la pêche aux écrevisses.
On admet que la population d'écrevisses est alors représentée par la fonction F définie sur l'intervalle [42 ; 72] par :

$$F(t) = 64\,000\, e^{-0,043\,(t - 42)}$$

l°) Etudier F sur l'intervalle [42 ; 72] (variation et valeurs aux bornes).
2°) Tracer la courbe représentative de F dans le repère précédent (partie C), sur le même graphique qu'à la question C 2°).
3°) Déterminer graphiquement l'instant où la population devient inférieure à 32000 individus.

BTS BIOCHIMIE 1999

Devoir n°5 ; BTS 2 BIO & AB ; Ellipses page 191
Année scolaire 2002/2003
Le 13 Février 2002

BTS BIOCHIMIE 1999

Devoir n°5 ; BTS 2 BIO & AB ; Ellipses page 191
Année scolaire 2002/2003
Le 13 Février 2002

EXERCICE N° 1 :

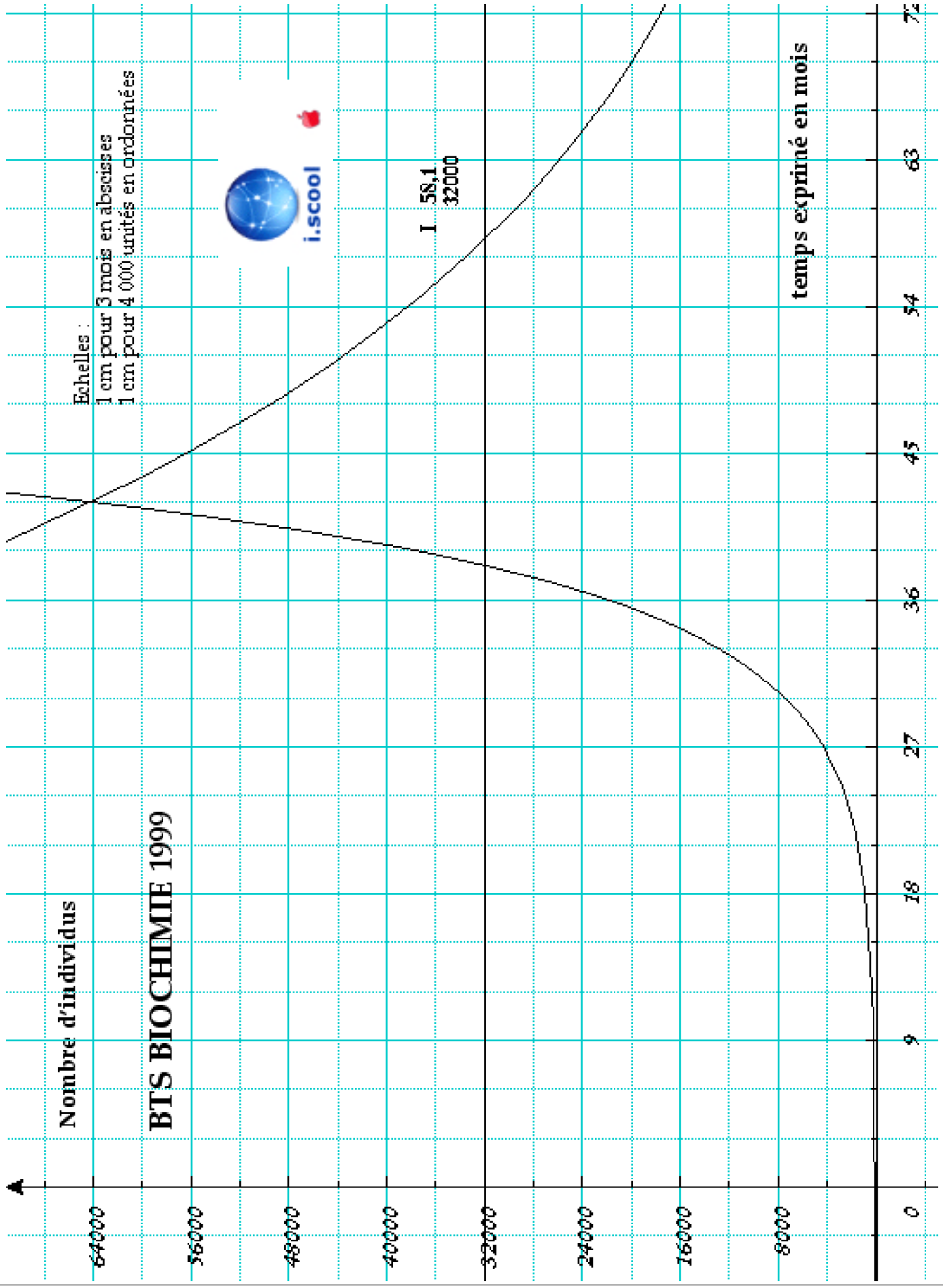
Partie B :

BTS Biochimie 1999										
Classes	ci	Effectifs	ni.ci	ci - x = ei	ei.ei	ni ei.ei	ci.ci	ni ci.ci	f %	f cu
[100 , 102 [	101	1	101	-6,50	42,25	42,25	10201	10201	1,0	
[102 , 104 [	103	3	309	-4,50	20,25	60,75	10609	31827	3,0	
[104 , 106 [	105	25	2625	-2,50	6,25	156,25	11025	275625	25,0	2
[106 , 108 [	107	32	3424	-0,50	0,25	8,00	11449	366368	32,0	6
[108 , 110 [	109	27	2943	1,50	2,25	60,75	11881	320787	27,0	8
[110 , 112 [	111	6	666	3,50	12,25	73,50	12321	73926	6,0	9
[112 , 114 [	113	4	452	5,50	30,25	121,00	12769	51076	4,0	9
[114 , 116 [	115	2	230	7,50	56,25	112,50	13225	26450	2,0	10
Total		**100**	**10750,00**			**635,00**		**1156260,00**		
Moyenne :			**107,50**			**6,35**		**6,35**		
Ecart-type :						**2,52**		**2,52**		
Moyenne :			**107 1/2**			**6 7/20**		**6 7/20**		
Ecart-type :						**2 13/25**		**2 13/25**		

EXERCICE N° 2 :

Partie A :

BTS Biochimie 1999						
	Temps ti (en mois)	Effectifs ni	yi	ti*ti	yi*yi	yi*ti
	0	100	4,605	0	21,21	0,00
	6	160	5,635	36	31,75	33,81
	12	350	6,745	144	45,50	80,94
	18	900	7,824	324	61,22	140,83
	24	2500	8,896	576	79,13	213,50
	30	7500	10,012	900	100,25	300,37
	36	22000	11,094	1296	123,09	399,40
	42	64000	12,164	1764	147,97	510,90
Total	**168**	**97510**	**66,976**	**630,00**	**76,26**	**209,97**
Moyenne :	**21**	**12188,75**	**8,372**	**189**	**6,17**	**34,16**
Ecart-type :				**13,75**	**2,48**	
Droite de régression de y en x :			**y = ax + b**			
	a =	**0,18**	**b =**	**4,58**		

BTS BIOCHIMIE 1999

Devoir n°5 ; BTS 2 BIO & AB ; Ellipses page 191
Année scolaire 2002/2003
Le 13 Février 2002