Exercice 1 : (9 points)

Une entreprise d'imprimerie compose les différents tomes d'une encyclopédie des sciences et des techniques.

Partie A :

On note X_1 la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de fautes d'impression.par page du premier tome. Sur un échantillon aléatoire de 48 pages, le nombre de fautes est le suivant :

BTS Chimie 1995									
xi nombre de fautes par page	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ni nombre de pages	8	4	7	10	6	5	4	1	3

¶ Calculer la moyenne μ_1 et l'écart type σ_1 de cet échantillon.

[Erreur de formulation il faut comprendre :
... Calculer une approximation m_1 de la moyenne inconne μ_1 et une approximation s_1 de l'écart type σ_1 de cet échantillon. ...]

On admet, dans la suite de cet exercice, qu'une estimation ponctuelle m_1 de la moyenne m_1 de la variable aléatoire X_1 est 4,17 et qu'une estimation ponctuelle s_1 de l'écart-type s_1 de la variable aléatoire X_1 est 2,29

[Erreur de formulation il faut comprendre :
... On admet, dans la suite de cet exercice, qu'une estimation ponctuelle μ_1 de la moyenne μ_1 de la variable aléatoire X_1 est 4,17 et qu'une estimation ponctuelle σ_1 de l'écart-type σ_1 de la variable aléatoire X_1 est 2,29 ...]

Partie B :

On note X_2 la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de fautes d'impression.par page du deuxième tome. Sur un échantillon aléatoire de 64 pages de ce deuxième tome on a obtenu une moyenne μ_2 de 3,31 fautes d'impression et un écart type σ_2 de 1,63.

[Erreur de formulation il faut comprendre :
... Sur un échantillon aléatoire de 64 pages de ce deuxième tome on a obtenu une moyenne m_2 de 3,31 fautes d'impression et un écart type s_2 de 1,63. ...]

- En déduire une estimation ponctuelle m_2 de la moyenne m_2 de la variable aléatoire X_2 et une estimation ponctuelle s_2 de l'écart-type s_2 de la variable aléatoire X_2 .

[Erreur de formulation il faut comprendre :
... En déduire une estimation ponctuelle μ_2 de la moyenne μ_2 de la variable aléatoire X_2 et une estimation ponctuelle σ_2 de l'écart-type σ_2 de la variable aléatoire X_2 . ...]

Partie C :

On se propose de construire un test d'hypothèse pour observer l'évolution dans la qualité du travail d'impression.

[... On se propose de savoir si la différence des moyennes observées dans les deux échantillons est due à des fluctuations d'échantillonnage ou si cette différence est en liaison directe avec la qualité du travail d'impression de deux tomes différents (nature du texte ou difficulté matérielle autre) . ...]

On note X_1 (barre) la variable aléatoire qui à tout échantillon aléatoire de 48 pages du premier tome associe le nombre moyen de fautes.
On note X_2 (barre) la variable aléatoire qui à tout échantillon aléatoire de 64 pages du deuxième tome associe le nombre moyen de fautes.

, Par quelles lois normales peut-on approcher les lois des variables aléatoires X_1 (barre) etX_2 (barre)

[... On admettra :
X_1 suit une loi normale de paramètres μ_1 et $\sigma_1 / \sqrt{n_1}$;
X_2 suit une loi normale de paramètres μ_2 et $\sigma_2 / \sqrt{n_2}$; . ...]

On note D la variable aléatoire telle que D = X_1 (barre) - X_2 (barre)

On admet que D suit la loi normale $N\left(m_1 - m_2 ; \sqrt{\frac{\widehat{s_1}^2}{48} + \frac{\widehat{s_2}^2}{64}} \right)$

On pose pour hypothèse nulle H_0 : « $m_1 = m_2$ » et pour hypothèse alternative H_1 : « $m_1 \neq m_2$ ».

[Erreur de formulation il faut comprendre :
... On pose pour hypothèse nulle H_0 : « $\mu_1 = \mu_2$ » et pour hypothèse alternative H_1 : « $\mu_1 \neq \mu_2$ ».. ...]

„ Calculer, sous l'hypothèse H_0 , les nombres h et k tels que : p (-h ‹ D ‹ h) = 0,99 et p (-k ‹ D ‹ k) = 0,95 ;

‹ Enoncer la règle de décision relative à ce test succesivement lorsque l'on choisit un seuil de signification de 1 % et de 5% ;

˘ Peut-on conclure au vu des échantillons que la différence des moyennes observées est significative au seuil de risque 1 % ? au seuil de risque 5 % ?.